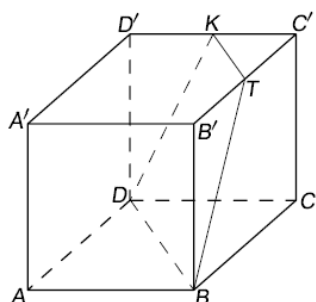


תרגול נוסף בטריגונומטריה

שאלה 1



אורך צלע הקוביה $ABCD A'B'C'D'$ הוא a .

נקודה K היא אמצע המקצוע $D'C'$,

ונקודה T היא אמצע המקצוע $B'C'$.

א. הבע את גובה הטרפז $BDKT$ באמצעות a .

ב. מצא את הזווית שבין המישור $BDKT$ לבסיס הקוביה.

פתרון

$$\triangle BAD: BD = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

$$\triangle B'C'D': KT = \frac{B'D'}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a \text{ קטע אמצעים}$$

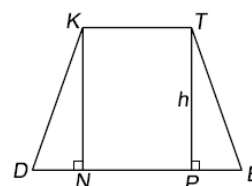
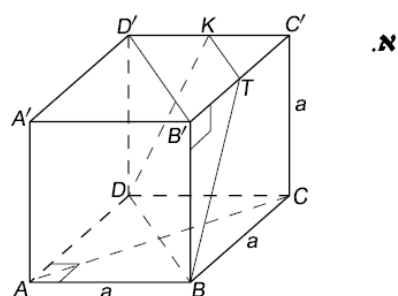
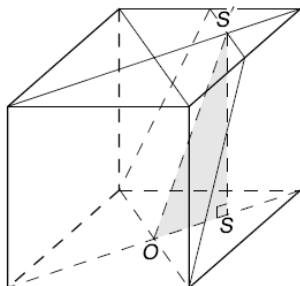
$$\triangle TB'B: B'T = \frac{a}{2} \Rightarrow BT = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}}$$

$$BDKT: DN = PB, NP = KT$$

$$\Rightarrow PB = \frac{BD - KT}{2} = \frac{a\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}a}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}a$$

$$\triangle BPT: h = TP = \sqrt{BT^2 - BP^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4} - \frac{a^2}{8}}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{8}a^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4 \cdot 2}} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow h = \frac{3\sqrt{2}}{4}a = 1.061a \text{ (י"א)}$$



ב. הזווית המבוקשת אינה תלויה בערך של a .

נקבע, אם-כן, לשם הנוחות: $a = 1$ (יחידת אורך אחת).

$$\triangle OSS': \sin \alpha = \frac{SS'}{OS} = \frac{SS'}{h} = \frac{1}{\frac{3\sqrt{2}}{4}} = \frac{4}{3\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = 0.9428 \Rightarrow \alpha = 70.53^\circ$$