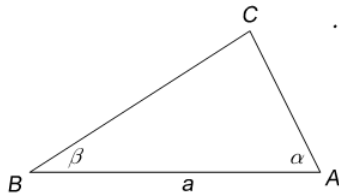


עוד שאלה בטריגונומטריה

שאלה



במשולש ABC נתון: $AB = a$, $\angle CAB = \alpha$, $\angle CBA = \beta$.

הבע באמצעות a , α ו- β את נפח הגוף

שנוצר כאשר המשולש מסתובב סביב הצלע AB.

פתרון

$$CD \perp BA, \quad CD = r, \quad DA = x \Rightarrow BD = a - x$$

$$\triangle CDA: \frac{r}{x} = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow r = x \operatorname{tg} \alpha$$

$$\triangle CDB: \frac{r}{a-x} = \operatorname{tg} \beta \Rightarrow r = (a-x) \operatorname{tg} \beta$$

$$x \operatorname{tg} \alpha = (a-x) \operatorname{tg} \beta = a \operatorname{tg} \beta - x \operatorname{tg} \beta$$

$$\Rightarrow x \operatorname{tg} \alpha + x \operatorname{tg} \beta = a \operatorname{tg} \beta \Rightarrow x = \frac{a \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}$$

$$r = x \operatorname{tg} \alpha = \frac{a \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}$$

$$V = V_{ACD} + V_{BCD} = \frac{\pi r^2}{3} \cdot x + \frac{\pi r^2}{3} \cdot (a-x) = \frac{\pi r^2}{3} (x + a - x)$$

$$= \frac{\pi a}{3} r^2 = \frac{\pi a}{3} \cdot \frac{a^2 \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta}{(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)^2} \Rightarrow V = \frac{\pi a^3 \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta}{3(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)^2} \quad (\text{יחידות קוב})$$

