

בעיות ערך קיצון

שאלה



רוצים לבנות דוד מים בצורת גליל, כך שאורך האלכסון של החתך הצירי של הגליל יהיה 5 מטרים (ראה ציור).

הדוד פתוח מלמעלה.

המחיר של מ"ר חומר לבסיס הגליל גדול פי 3

המחיר של מ"ר של החומר לדופן הגליל

(המעטפת של הגליל).

מהו שטח הבסיס של הדוד, שעבורו המחיר של כל

החומר לבניית הדוד הפתוח הוא מקסימלי?

פתרון

a – מחיר דופן
 $3a$ – מחיר בסיס

$$(2x^2) + h^2 = 5^2$$

$$h^2 = 25 - 4x^2$$

$$h = \sqrt{25 - 4x^2}$$

$$f(x) = \pi \cdot (x^2) \cdot 3a + 2\pi \cdot \sqrt{25 - 4x^2} = \pi a (3x^2 + 2x\sqrt{25 - 4x^2})$$

$$f'(x) = \pi a \left[6x + 2 \cdot \sqrt{25 - 4x^2} \pm \frac{8x}{2 \cdot \sqrt{25 - 4x^2}} \cdot 2x \right] = 0$$

$$6x + 2\sqrt{25 - 4x^2} - \frac{8x^2}{\sqrt{25 - 4x^2}} = 0$$

$$6\sqrt{25 - 4x^2} + 2(25 - 4x^2) - 8x^2 = 0$$

$$6x\sqrt{25 - 4x^2} + 50 - 16x^2 = 0$$

$$6x\sqrt{25 - 4x^2} = 16x^2 - 50$$

$$36x^2(25 - 4x^2) = (16x^2 - 50)^2$$

$$[x^2 = t]$$

$$36t(25 - 4t) = (16t - 50)^2$$

$$900t - 144t^2 = 256t^2 - 1600t + 2500$$

$$400t^2 - 2500t + 2500 = 0$$

$$4t^2 - 25t + 25$$

$$t_1 = 5, t_2 = \frac{5}{4}$$

t_2 לא בתחום ההגדרה

$$x^2 = 5x = \sqrt{5}$$

x	1	$\sqrt{5}$	3
y'	$\begin{matrix} + \\ \nearrow \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 \\ max \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \\ \searrow \end{matrix}$