

שתי שאלות בהסתברות

שאלה 1

בעיר מסוימת יש שני בתי ספר. 55% מהתלמידים בשכבת י"ב בעיר למדו בבית ספר א. 75% מהתלמידים בשכבת י"ב בעיר זכאים לתעודת בגרות. 12% מהתלמידים בשכבת י"ב בעיר גם אינם זכאים לתעודת בגרות וגם למדו בבית ספר א. א. בוחרים באקראי תלמיד מבין תלמידי שכבת י"ב בבית ספר א. מה ההסתברות כי הוא זכאי לתעודת בגרות? ב. בוחרים באקראי תלמיד מבין תלמידי י"ב בעיר שאינם זכאים לתעודת בגרות. מה ההסתברות כי הוא לומד בבית ספר ב?

פתרון

נערוך תחילה את הנתונים בטבלה (נתוני השאלה בצבע כחול):

בית ספר				
בית ספר א	בית ספר ב	סה"כ		
43%	32%	75%	זכאי	תעודת
12%	13%	25%	לא זכאי	בגרות
55%	45%	100%	סה"כ	

א. בבית ספר א למדו 55% מהתלמידים, 43% זכאים ו-12% לא זכאים לתעודת בגרות. לכן

$$P(\text{זכאי} | \text{בית ספר א}) = \frac{43\%}{55\%} = 0.782$$

ב. 25% לא זכאים לתעודת בגרות, 12% בבית ספר א ו-13% בבית ספר ב. לכן

$$P(\text{לא זכאי} | \text{בית ספר ב}) = \frac{13\%}{25\%} = 0.52$$

שאלה 2

ההסתברות שענינו של תושב עיר מסוימת הנבחר באקראי הינו כחולות היא 0.3. אם בוחרים באקראי תושב מבין בעלי העיניים הכחולות באותה עיר, ההסתברות כי שיערו שחור היא 0.6. ידוע כי ל-0.65 מתושבי העיר יש לפחות אחת משתי תכונות אלה.

א. בוחרים באקראי אחד מתושבי העיר.

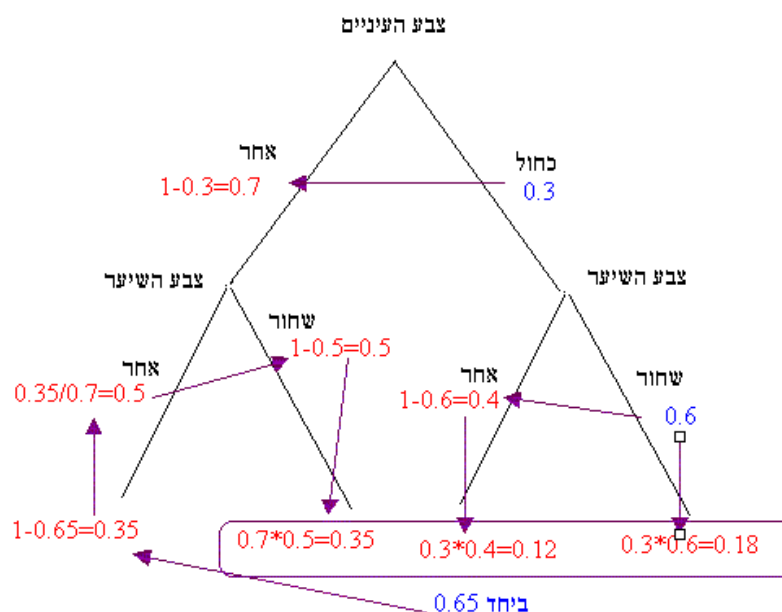
(1) מה ההסתברות כי ענינו כחולות וגם שיערו שחור?

(2) מה ההסתברות כי שיערו שחור?

ב. בוחרים באקראי אחד מתושבי העיר ששיערו שחור. מה ההסתברות כי ענינו אינן כחולות?

פתרון

נציג תחילה את נתוני השאלה, ונחשב מהם את כל הסתברויות שניתן לחשב מייד. ניתן לעשות זאת גם בעזרת עץ ההסתברות וגם בעזרת טבלה. בעץ ההסתברות מופיעים נתוני השאלה בכחול, ההסתברויות שחושבו מהנתונים באדום, והחיצים מראים את סדר החישובים:



ניתן להציג את הנתונים גם בעזרת טבלה:

צבע שיער				
סה"כ	אחר	שחור		
0.3	$0.3-0.18=0.12$	$0.6*0.3=0.18$	כחול	צבע עיניים
$1-0.3=0.7$	$1-0.65=0.35$	$0.53-0.18=0.35$	אחר	
1	$0.12+0.35=0.47$	$1-0.47=0.53$	סה"כ	

כעת ניתן לענות על השאלות שנשאלו:

א. כאשר בוחרים באקראי אחד מתושבי העיר:

(1) ההסתברות כי עיניו כחולות וגם שיערו שחור היא 0.18.

(2) ההסתברות כי שיערו שחור היא 0.53. תוצאה זו נובעת מיידית מהצגת

הנתונים בטבלה. בהצגת העץ יש לחבר $0.18+0.53$.

ב. כאן יש לחשב הסתברות מותנה:

$$P(\text{שיער שחור} \cap \text{עיניים אינן כחולות}) = \frac{P(\text{שיער שחור} | \text{עיניים אינן כחולות})}{P(\text{שיער שחור})} =$$

$$= \frac{0.35}{0.53} = 0.6601$$