

עוד שתי שאלות בהסתברות

שאלה 1

- על סמך תצפיות, ידוע כי 86% מהחסידות מקננות על צוקים, ו-14% מקננות בקן ישן של דורס.
80% מהחסידות שמקננות על צוקים נדדו בחודש אוקטובר,
ורק 30% מאותן חסידות שקיננו בקן ישן של דורס נדדו באותו חודש.
א. נבחרה חסידה באופן מקרי. מהי ההסתברות שהיא נדדה בחודש אוקטובר?
ב. נבחרה חסידה מבין אותן חסידות שנדדו בחודש אוקטובר.
מהי ההסתברות שהיא קיננה בקן ישן של דורס?
ג. נבחרו 3 חסידות מבין אותן שנדדו בחודש אוקטובר.
מהי ההסתברות שלפחות אחת מהן קיננה בקן ישן של דורס?

פתרון:

נסמן:

- A - החלק היחסי של החסידות שמקננות על צוקים
 $\bar{A}$ - החלק היחסי של החסידות המקננות בקן ישן של דורס
B - החלק היחסי של החסידות שנדדו בחודש אוקטובר
 $\bar{B}$ - החלק היחסי של החסידות שלא נדדו בחודש אוקטובר

נתון:

$$P(A) = 0.86, P(\bar{A}) = 0.14, P(B/A) = 0.8, P(B/\bar{A}) = 0.3$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow 0.8 = \frac{P(B \cap A)}{0.86} \Rightarrow P(B \cap A) = 0.688$$

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} \Rightarrow 0.3 = \frac{P(B \cap \bar{A})}{0.14} \Rightarrow P(B \cap \bar{A}) = 0.042$$

נרשום את הנתונים בטבלה דו־מימדית:

	A	$\bar{A}$	Σ
B	0.688	0.042	$0.688 + 0.042 = 0.73$
$\bar{B}$	$0.86 - 0.688 = 0.172$	$0.14 - 0.042 = 0.098$	$1 - 0.73 = 0.27$
Σ	0.86	0.14	1

א. ישירות מהטבלה:

$$P(B) = 0.73$$

ב.

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0.042}{0.73} \Rightarrow P(\bar{A}/B) = 0.0575$$

ג.

ההסתברות המבוקשת היא ההסתברות המשלימה של המאורע:
'כל השלושה קיננו על צוקים, כשידוע כי כל השלושה נדדו באוקטובר':

$$1 - \left(P(A/B) \right)^3 = 1 - \left(\frac{P(A \cap B)}{P(B)} \right)^3 = 1 - \left(\frac{0.688}{0.73} \right)^3 \Rightarrow P = 0.1629$$

שאלה 2

- א. במעונות הסטודנטים מתאכסנים 400 סטודנטים, מהם 220 גברים והשאר - נשים.
160 סטודנטים (גברים ונשים) לומדים לתואר שני, ו-100 סטודנטים גברים לומדים לתואר אחר.
בוחרים באקראי סטודנט מהמעונות.
מצא את ההסתברויות הבאות שהסטודנט/ית שנבחר הינו/ה:
1. אישה הלומדת לתואר שני.
 2. לומדת לתואר אחר, אם ידוע כי היא אישה.
 3. אישה, אם ידוע כי היא לומדת לתואר שני.
- ב. אגודת הסטודנטים באוניברסיטה החליטה לבחור באופן מקרי ועד תרבות לדיירי המעונות.
הועד מורכב מ-4 סטודנטים.
1. מהי ההסתברות שלפחות אחד מ-4 הנבחרים לומד לתואר שני, ולפחות אחד מהם לומד לתואר אחר?
 2. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מה-4 לומדים לתואר שני?

פתרון:

נסמן: A - קבוצת הגברים, $\bar{A}$ - קבוצת הנשים

B - קבוצת הלומדים לתואר שני, $\bar{B}$ - קבוצת הלומדים לתואר אחר

נתון: $A + \bar{A} = 400$, $A = 220$, $B = 160$, $A \cap \bar{B} = 100$

נרשום את הנתונים בטבלה:

	A	$\bar{A}$	Σ
B	$220 - 100 = 120$	$160 - 120 = 40$	160
$\bar{B}$	100	$180 - 40 = 140$	$400 - 160 = 240$
Σ	220	$400 - 220 = 180$	400

נרשום את טבלת ההסתברויות:

	A	$\bar{A}$	Σ
B	$\frac{120}{400} = \frac{3}{10}$	$\frac{40}{400} = \frac{1}{10}$	$\frac{160}{400} = \frac{2}{5}$
$\bar{B}$	$\frac{100}{400} = \frac{1}{4}$	$\frac{140}{400} = \frac{7}{20}$	$\frac{240}{400} = \frac{3}{5}$
Σ	$\frac{220}{400} = \frac{11}{20}$	$\frac{180}{400} = \frac{9}{20}$	1

א. 1. ישירות מהטבלה: $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{10}$

2.

$$P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{P(\bar{B} \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{7}{20}}{\frac{9}{20}} = \frac{7}{20} : \frac{9}{20} = \frac{7 \times 20}{20 \times 9} \Rightarrow P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{7}{9}$$

3.

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{10} : \frac{2}{5} = \frac{1 \times 5}{10 \times 2} = \frac{5}{20} \Rightarrow P(\bar{A}/B) = \frac{1}{4}$$

ב. 1. ההסתברות המבוקשת היא ההסתברות המשלימה של:

(כל ה-4 לומדים לתואר שני) או (כל ה-4 לומדים לתואר אחר)

$$1 - \left[\left(\frac{2}{5}\right)^4 + \left(\frac{3}{5}\right)^4 \right] = 1 - \frac{16}{625} - \frac{81}{625} = \frac{625-16-81}{625} \Rightarrow P = \frac{528}{625} = 0.8448$$

2. פתרון ע"פ נוסחת ברנולי:

$$P_4(3) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^1 = 4 \cdot \frac{8}{125} \cdot \frac{3}{5} = \frac{96}{625} \Rightarrow P_4(3) = 0.1536$$