<u>משוואה ריבועית ואי-שוויון ריבועי</u>

1. נתון הביטוי: $\frac{x}{x-1}+\frac{1}{1+x}-\frac{x^2+1}{1-x^2}$

א. הצב בביטוי $x=-2$ וחשב.

ב. פשט את הביטוי עד כמה שאפשר.

ג. העזר בתוצאה שקיבלת בסעיף ב' כדי לפתור את המשוואה:

$$\frac{x}{x-1}+\frac{1}{1+x}-\frac{x^2+1}{1-x^2}=0$$

ד. העזר בתוצאה שקיבלת בסעיף ב' כדי לפתור את המשוואה:

$$\frac{x}{x-1}+\frac{1}{1+x}-\frac{x^2+1}{1-x^2}=\frac{2x^2}{x-1}$$

2. פתור את המשוואות הבאות (רשום תחילה תחום הגדרה):

א. $\frac{x}{8}-\frac{2}{x}=\frac{4}{x}-\frac{x}{2}+4\frac{1}{4}$

ב. $\frac{7}{x+1}-\frac{x+4}{2-2x}=\frac{3x^2-38}{x^2-1}$

ג. $\frac{1}{x-1}-\frac{x}{x^2+1}-\frac{x^2+x}{(x^2+1)(1-x)}$

ד. $\frac{16}{x^2-9}=\frac{x-1}{x+3}-\frac{4-x}{x-3}$

ה. $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}+\frac{1}{x^2+2x+1}=0$

3. נסה את כוחך!

א. הוכח כי למשוואה $x^4+(2m-1)x^2-m=0$ יש תמיד לפחות שני שורשים ממשיים.

ב. מצא m עבורו למשוואה יש ארבעה שורשים ממשיים שונים.

ג. האם קיים m שעבורו למשוואה יש שלושה שורשים ממשיים שונים?

4. (שאלה משולבת אלגברה וסדרות)

המספרים a , b , c הם שלושה איברים עוקבים בסדרה חשבונית.

הוכח כי למשוואה $ax^2 + 2bx + c = 0$ יש שני פתרונות ממשיים שונים.

5. נתונה המשוואה: $2x^2 - 3x - 2 = 0$ ששורשיה הם α ו- β .

מצא מבלי לפתור את המשוואה, משוואה ריבועית ששורשיה הם: $\frac{1}{\beta + \frac{1}{\alpha}} ; \frac{1}{\alpha + \frac{1}{\beta}}$

6. שורשי המשוואה $2x^2 - (m-1)x + 2m - 1 = 0$ מקיימים $3\alpha + 2\beta = -2$.

מצא את m ואת שורשי המשוואה.

7. א. פרק לגורמים בעזרת טרינום: $x^2 - 6x + 5$.

ב. פתור את אי-השוויון: $-2 \le x^2 - 5x < x + 5$

ג. פתור את אי-השוויון: $-2x + 5 < -x^2 - 5x \le 7$

8. פתור את אי-השוויונים:

א. $4 - x < -2x^2 + 3x \le 5x - 12$

ב. $\frac{x+3}{1-x} \le -2$

9. פתור את מערכת אי-השוויונים: $x^2 - 5x + 6 > 0$ או $3x-3<0$.

תן דוגמה אחת לערך של x המקיים את המערכת.

10. פתור את אי-השוויון:

$$-1 < \frac{3x-2}{3-4x} < 0$$

בדוק את תשובתך ע"י הצבת x כלשהו מהתחום שקיבלת.