

אינדוקציה מתמטית – תירגול

1. הוכח כי: $1 + 9 + 9^2 + \dots + 9^{2n-1}$ מתחלק ב 10 ללא שארית.

2. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)} = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$$

3. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת שלכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2n(2n+1)} = \frac{2n}{2n+1}$$

4. הוכח באינדוקציה כי לכל n טבעי הביטוי $2^n - 2 \cdot 5^n + 8^n$ מתחלק ב 18 ללא שארית.

5. הוכח באינדוקציה כי לכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1$$

6. סדרה מוגדרת על ידי כלל הנסיגה הבא:

$$\begin{cases} a_1 = 46 \\ a_{n+1} = a_n + 70^n - 24^n \end{cases}$$

הוכח כי כל איברי הסדרה מתחלקים ב 46 ללא שארית.

7. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$(2n)^2 - (2n+1)^2 + (2n+2)^2 - (2n+3)^2 + \dots + (4n)^2 = 10n^2 + n$$