

תרגילים למציאת הנוסחה לאיבר כללי בתרגילי אינדוקציה

1. רשום את האיבר הכללי בסדרה והוכח נוסחה לחישוב n האיברים הראשונים בסדרה עבור

כל n -טבעי.

א) $3+5+7+\dots=n(n+2)$

ב) $2+4+8+\dots=2^{n+1}-2$

2) א) הוכח שסכום n האיברים הראשונים בטור $1\cdot5+2\cdot8+3\cdot11+4\cdot14+\dots$

הוא $(1/2)n(n+1)(2n+3)$.

ב) חשב את הסכום $5+16+33+56+\dots+705$

תשובה: ב) 3960 .

3) נתון הטור: $1\cdot1+2\cdot2+3\cdot2^2+4\cdot2^3+5\cdot2^4+\dots$

א) הבע את האיבר הכללי של הטור באמצעות n .

ב) הוכח כי לכל n טבעי סכום n האיברים הראשונים הוא: $(n-1)2^n+1$

תשובה: א) $a_n=n\cdot2^{n-1}$.

4) נתון הטור: $\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}+\frac{1}{5\cdot6}+\dots$

א) מהו המחובר ה- n -י בטור?

ב) הוכח כי סכום n המחוברים הראשונים של הטור הוא: $\frac{n}{3(n+3)}$

תשובה: א) $\frac{1}{(n+2)(n+3)}$.

5) נתונה הסדרה: $3 \cdot 10, 5 \cdot 16, 7 \cdot 22, 9 \cdot 28, \dots$

(א) מצא את האיבר במקום ה- n .

(ב) הוכח כי לכל n -טבעי סכום n האיברים הראשונים בסדרה הוא :

$$n(4n^2 + 13n + 13)$$

תשובה: (א) $a_n = (2n+1)(6n+4)$.

6) נתון הטור : $\frac{1}{2 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 23} + \dots + a_n$

(א) הבע a_n באמצעות n .

(ב) הוכח כי לכל n טבעי סכום n האיברים הראשונים הוא : $\frac{n}{2(7n+2)}$

(ג) חשב את הסכום $\frac{1}{18} + \frac{1}{144} + \dots + \frac{1}{7998}$

תשובה: (א) $a_n = \frac{1}{(7n-5)(7n+2)}$ (ב) $\frac{13}{186}$.

7) הוכח נוסחה לחישוב n האיברים ראשונים בסדרה עבור כל n – טבעי:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$

8) נתונה הסדרה: $\frac{1}{3 \cdot 7}, \frac{1}{7 \cdot 11}, \frac{1}{11 \cdot 15}, \frac{1}{15 \cdot 19}, \dots$

הוכח כי לכל n -טבעי סכום n האיברים הראשונים בסדרה הוא : $\frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4n+3} \right)$.