

משפט תלס

הגדרה: פרופורציה בין מספרים: ארבעה מספרים d, c, b, a יוצרים

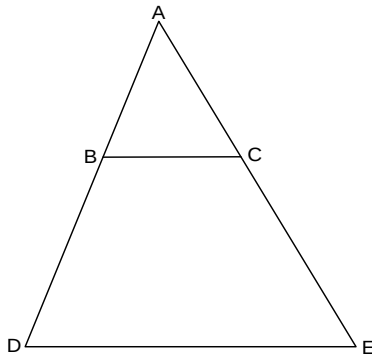
פרופורציה אם מתקיים:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

משפט תלס:

1. שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים

פרופורציונלים.



$$BC \parallel DE \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$$

הערה: בנוסף ניתן להוכיח כי:

$$\frac{DB}{DA} = \frac{EC}{EA} \quad \text{ו-} \quad \frac{DB}{BA} = \frac{EC}{CA}$$

משפט הפוך לתלס:

1*. שני ישרים המקצים על שוקי זווית קטעים פרופורציונלים – מקבילים זה

לזה.

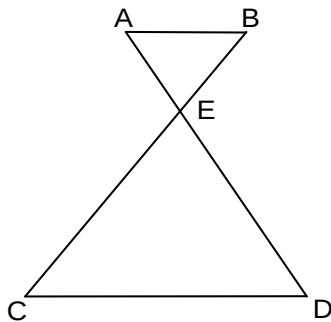
$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow BC \parallel DE$$

משפט תלס המורחב:

$$BC \parallel DE \Leftrightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \quad .2$$

משפט תלס מורחב 2 :

3. כאשר הישר המקביל לאחת מצלעות המשולש נמצא מחוץ למשולש, וחותך את המשכי הצלעות האחרות של המשולש מתקבלת הפרופורציה הבאה:

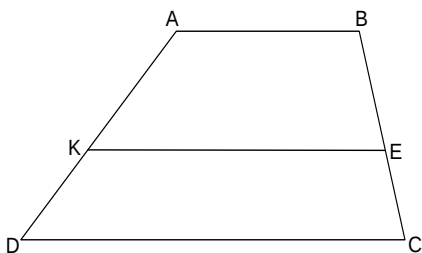


$$AB \parallel CD \Leftrightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{BE}{EC} = \frac{AB}{CD}$$

שימושים נוספים במשפט תלס:

4. אם נעביר בטרפז קטע מקביל לבסיסיו נקבל קטעים פרופורציוניים.

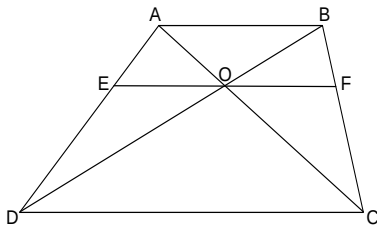
ABCD הוא טרפז.



$$KE \parallel DC \Leftrightarrow \begin{aligned} 1. & \quad \frac{AK}{KD} = \frac{BE}{EC} \\ 2. & \quad \frac{AK}{AD} = \frac{BE}{BC} \end{aligned}$$

הערה: בנוסף ניתן להוכיח כי מתקיים: $\frac{DK}{DA} = \frac{CE}{CB}$ ו- $\frac{DK}{KA} = \frac{CE}{EB}$.

5. אם נעביר בטרפז, קטע מקביל לבסיסים העובר דרך נקודת פגישת האלכסונים, אז ניתן להוכיח שקטע זה נחצה ע"י האלכסונים.

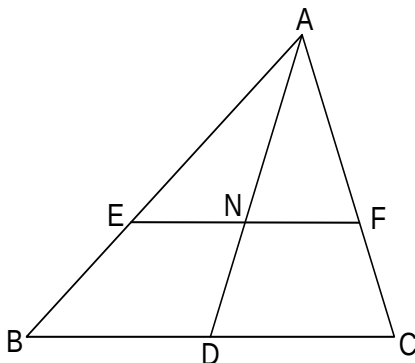


$$EF \parallel DC \Leftrightarrow EO = OF$$

* בנוסף ניתן להוכיח כי אם נסמן בסיס עליון ב- a ובסיס תחתון ב- b

$$\text{אז: } EO = \frac{ab}{a+b}.$$

6. אם נעביר קטע מקביל לאחד הצלעות במשולש, התיכון לאותה צלע של המשולש יחצה את אותו קטע.

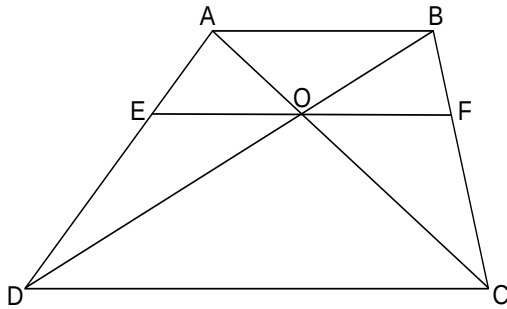


אם: AD תיכון ל BC, אז :

$$EF \parallel BC \Leftrightarrow EN = NF$$

הערה: תרגילים 5 ו 6 הם לא משפטים וכמובן יש להוכיחם אם רוצים להשתמש בהם. נדגים להלן את הוכחתם על סמך טענה 4..

הוכחת טענה 5:



$EF \parallel DC$ (נתון).

↓

$$(משפט תלס מורחב במשולש \triangle ABC) \quad \frac{BF}{BC} = \frac{OF}{OC}$$

$$(משפט תלס מורחב במשולש \triangle ADC) \quad \frac{AE}{AD} = \frac{EO}{OD}$$

$$(טענה מספר 4 – בהנחה והוכחנו אותה כבר) \quad \frac{BF}{BC} = \frac{AE}{AD}$$

↓

$$(ע"פ כלל המעבר) \quad \frac{OF}{OC} = \frac{EO}{OD}$$

$$(קטע שווה לעצמו) \quad OC = OD$$

↓

$$OF = EO \quad \text{מ.ש.ל.}$$

הוכחת טענה 6:

$$EF \parallel BC \quad (\text{נתון}).$$

$$(\text{משפט תלס מורחב במשולש } \triangle ACD) \quad \frac{AF}{AC} = \frac{NF}{DC} \quad \downarrow$$

$$(\text{משפט תלס מורחב במשולש } \triangle ABD) \quad \frac{AE}{AB} = \frac{EN}{BD}$$

$$(\text{משפט תלס מורחב במשולש } \triangle ABC) \quad \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$$

$\downarrow$

$$(\text{ע"פ כלל המעבר}) \quad \frac{NF}{DC} = \frac{EN}{BD}$$

$$(\text{נתון כי } AD \text{ תיכון}) \quad DC = BD \quad \downarrow$$

$$NF = EN \quad \text{מ.ש.ל.}$$

