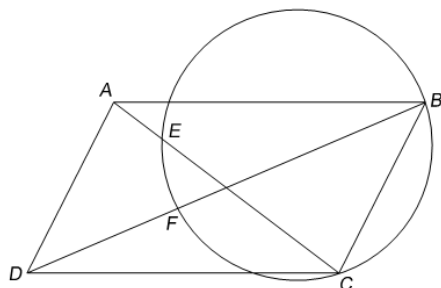


עוד שלוש שאלות בגיאומטריה

שאלה 1



המרובע ABCD הוא מקבילית.
 מעגל העובר דרך הקודקודים B ו-C
 חותך את האלכסונים שלה בנקודות E ו-F.
 הוכח כי ניתן לחסום את המרובע ADFE במעגל.

פתרון:

מרובע שסכום זוג זוויות נגדיות שלו הוא 180° ניתן לחסימה במעגל.

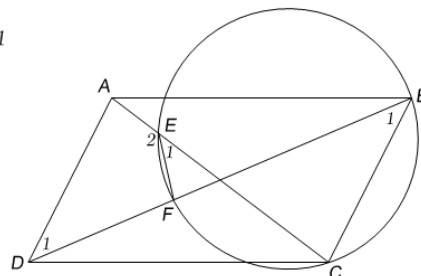
מספיק להוכיח, אם כן: $\angle D_1 + \angle E_2 = 180^\circ$.

$$(4) \angle B_1 = \angle E_1, \quad (5) \angle B_1 = \angle D_1 \Rightarrow \angle D_1 = \angle E_1$$

$$(6) \angle E_2 = 180^\circ - \angle E_1 = 180^\circ - \angle D_1$$

$$\Rightarrow \angle D_1 + \angle E_2 = \angle D_1 + (180^\circ - \angle D_1)$$

$$\Rightarrow \angle D_1 + \angle E_2 = 180^\circ \quad (\checkmark)$$

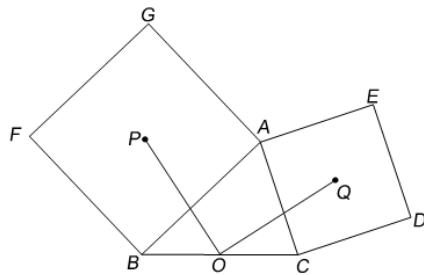


(4) זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת - שוות זו לזו

(5) זוויות מתחלפות בישרים מקבילים הנחתכים ע"י ישר שלישי - שוות זו לזו

(6) זוויות צמודות משלימות ל- 180°

שאלה 2



ABFG ו-ACDE הם שני ריבועים הבנויים בהתאמה

על הצלעות AB ו-AC של משולש ABC.

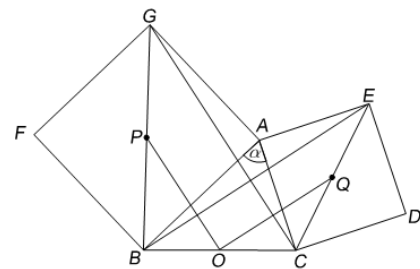
P ו-Q הם מרכזי הריבועים.

O היא אמצע הצלע BC.

הוכח: $PO = OQ$.

פתרון:

בנית עזר: GC, GB, EB, EC



$$\triangle BCG: BP = PG, BO = OC \Rightarrow^{(1)} CG = 2 PO$$

$$\triangle BCE: CQ = QE, CO = OB \Rightarrow^{(2)} BE = 2 QO$$

$$\triangle GAC, \triangle BAE: (3) AE = AC, AG = AB$$

$$\angle GAC = 90^\circ + \alpha, \angle BAE = 90^\circ + \alpha \Rightarrow \angle GAC = \angle BAE$$

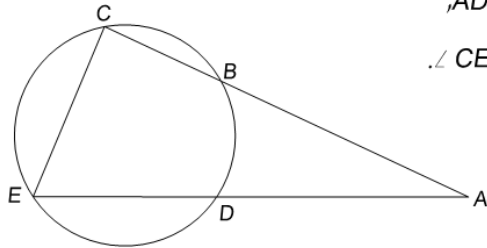
$$\Rightarrow^{(4)} \triangle GAC \cong \triangle BAE$$

$$\Rightarrow^{(5)} GC = BE \Rightarrow 2 PO = 2 QO \Rightarrow PO = QO (\checkmark)$$

(1) PO קטע אמצעים במשולש GBC (2) QO קטע אמצעים במשולש BCE

(3) צלעות ריבוע שוות זו לזו (4) משפט חפיפה צלע-זווית-צלע (5) צמב"ח

שאלה 3



- מנקודה A מעבירים שני חותכים למעגל: ABC ו-ADE,
 כך ש-B נמצאת באמצע הקשת $\widehat{CD}$ ו- $\angle CED = 2 \angle CAD$.
 א. הוכח: $\triangle ECB \sim \triangle ACE$.
 ב. נתון: $AC = 9\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$.
 חשב את אורך הקטע CE.

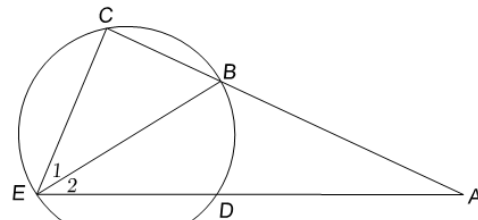
פתרון:

$\triangle ACE$, $\triangle ECB$:

$$(6) \quad \widehat{BC} = \widehat{BD} \Rightarrow^{(7)} \angle E_1 = \angle E_2$$

$$(6) \quad \angle E = 2 \angle A \Rightarrow \underline{\angle A = \angle E_1}$$

$$(8) \quad \underline{\angle C_{\triangle ACE} = \angle C_{\triangle BCE}} \Rightarrow^{(9)} \triangle ACE \sim \triangle ECB \quad (\checkmark)$$



א.

ב.

$$(10) \quad \triangle ACE \sim \triangle ECB \Rightarrow \frac{AC}{EC} = \frac{CE}{CB} \Rightarrow \frac{9}{EC} = \frac{CE}{4} \Rightarrow EC^2 = 36 \Rightarrow EC = 6\text{cm}$$

(6) נתון (7) זוויות היקפיות הנשענות על קשתות שוות - שוות זו לזו

(8) זווית משותפת (9) משפט דמיון זווית-זווית (10) ע"פ סעיף א'