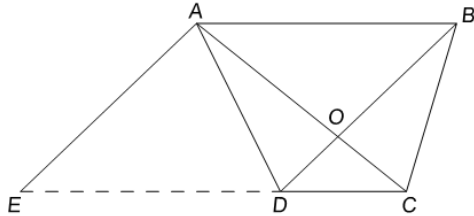


עוד חמש שאלות בגיאומטריה

שאלה 1



המרובע $ABCD$ הוא טרפז ($AB \parallel CD$).
 אלכסונו נפגשים בנקודה O .
 דרך הנקודה A מעבירים מקביל ל- BD ,
 החותך את המשך הצלע CD בנקודה E .
 נתון: $AB = 3CD$, $S_{\triangle DCO} = 2 \text{ cm}^2$.
 חשב את שטח הטרפז $ABCE$.

פתרון:

נסמן: h - גובה הטרפז, $CD = x$,

$h_{CD} = y$ - גובה לצלע CD במשולש COD

h_{AB} - גובה לצלע AB במשולש AOB

$$(1) \quad CD \parallel AB \Rightarrow (2) \quad \triangle AOB \sim \triangle COD$$

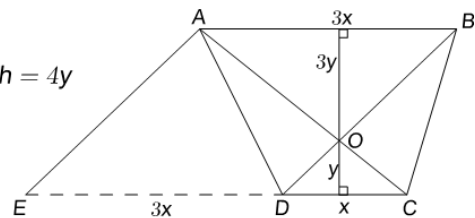
$$(1) \quad \frac{AB}{CD} = 3 \Rightarrow (3) \quad \frac{h_{AB}}{h_{CD}} = 3 \Rightarrow h_{AB} = 3y \Rightarrow h = 4y$$

$$\frac{AB}{CD} = 3 \Rightarrow AB = 3x$$

$$S_{\triangle COD} = \frac{CD \cdot h_{CD}}{2} = \frac{x \cdot y}{2} \stackrel{(1)}{=} 2 \text{ cm}^2 \Rightarrow xy = 4 \text{ cm}^2$$

$$(4) \quad AB = DE = 3x \Rightarrow EC = 4x$$

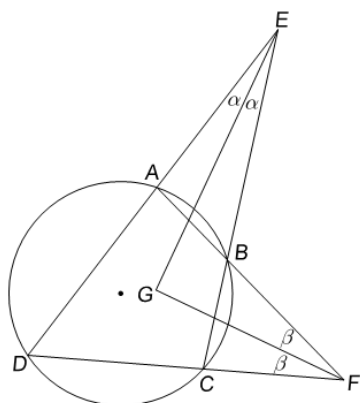
$$S_{ABCE} = \frac{(AB+CE) \cdot h}{2} = \frac{(3x+4x) \cdot 4y}{2} = \frac{7x \cdot 4y}{2} = 14xy = 14 \cdot 4 \Rightarrow S_{ABCE} = 56 \text{ cm}^2$$



(1) נתון (2) משפט תאלס (3) היחס בין הגבהים במשולשים דומים שווה ליחס הצלעות

(4) $ABDE$ מקבילית (צלעות נגדיות מקבילות) וצלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו

שאלה 2



מרובע ABCD חסום במעגל.

המשכי הצעות AB ו-CD נפגשים בנקודה F.

המשכי הצלעות AD ו-BC נפגשים בנקודה E.

הקטע EG חוצה את הזווית $\angle AEB$,

והקטע FG חוצה את הזווית $\angle BFC$.

הוכח: $EG \perp FG$.

פתרון:

נסמן: $\angle D = \delta$

$$(5) \quad \angle ABC = 180^\circ - \delta \Rightarrow^{(6)} \angle SBE = \angle CBF = \delta$$

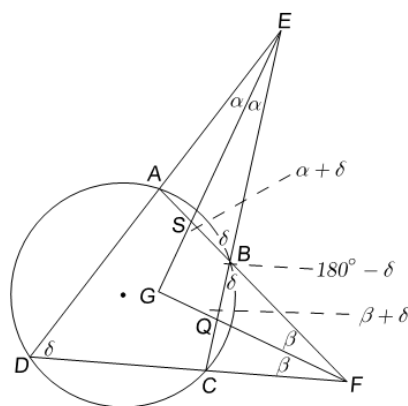
$$(7) \quad \angle GSB = \alpha + \delta, \quad (7) \quad \angle BQG = \beta + \delta$$

$$\begin{aligned} (8) \quad \angle SGQ &= 360^\circ - \angle GSB - \angle SBQ - \angle BQG \\ &= 360^\circ - (\alpha + \delta) - (180^\circ - \delta) - (\beta + \delta) \\ &= 180^\circ - (\alpha + \beta + \delta) \\ \alpha + \beta + \delta &= 90^\circ \quad \text{מספיק, אם-כן, להוכיח:} \end{aligned}$$

$$(7) \quad \angle DAB = 2\alpha + \delta, \quad (7) \quad \angle DCB = 2\beta + \delta$$

$$\begin{aligned} (5) \quad \angle DAB + \angle DCB &= 180^\circ \Rightarrow (2\alpha + \delta) + (2\beta + \delta) = 180^\circ \\ &\Rightarrow 2\alpha + 2\beta + 2\delta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta + \delta = 90^\circ \quad (\checkmark) \end{aligned}$$

$$\angle SGC = 180^\circ - (\alpha + \beta + \delta) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \Rightarrow EG \perp FG \quad (\checkmark)$$

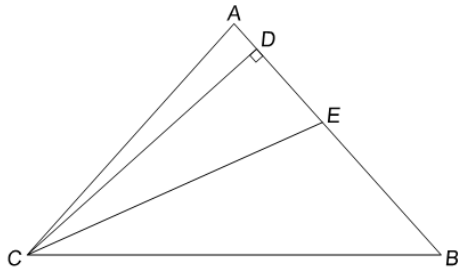


(5) סכום זוויות נגדיות במרובע החסום במעגל שווה 180° (6) זוויות צמודות משלימות ל- 180°

(7) זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי זוויות המשולש שאינן צמודות לה

(8) סכום זוויות המרובע שווה ל- 360°

שאלה 3



משולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).

CD הוא גובה לשוק.

CE הוא חוצה זווית הבסיס.

נתון: $AD = 7\text{cm}$, $DB = 56\text{cm}$.

מצא את אורך הקטעים AE ו- EB .

פתרון:

$$AC = 7 + 56 = 63\text{cm}$$

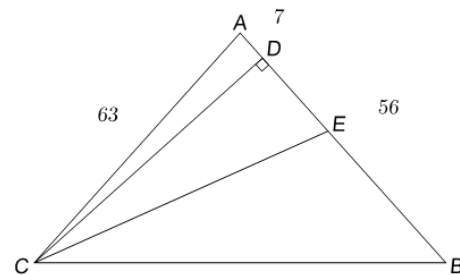
$$\triangle ADC: (1) \quad CD = \sqrt{63^2 - 7^2} = \sqrt{3920}$$

$$\triangle BDC: (1) \quad BC = \sqrt{3920 + 56^2} = 84$$

$$(2) \quad \frac{AE}{BE} = \frac{63}{84} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{AB - BE}{BE} = \frac{63 - BE}{BE} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 252 - 4BE = 3BE \Rightarrow 7BE = 252 \Rightarrow BE = 36\text{cm}$$

$$AE = AB - BE = 63 - 36 \Rightarrow AE = 27\text{cm}$$

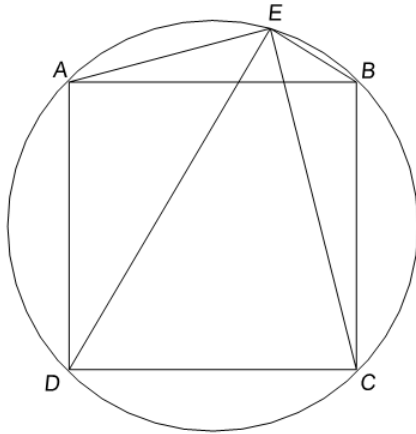


(1) משפט פיתגורס

(2) חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית הנחצית לשני חלקים,

המתייחסים זה לזה כיחס הצלעות הכולאות אותה בהתאמה

שאלה 4



ריבוע ABCD חסום במעגל.

E נקודה על המעגל.

סכום ריבועי המרחקים של הנקודה E

מקודקודי הריבוע הוא 200_{cm} :

$$EA^2 + EB^2 + EC^2 + ED^2 = 200_{cm}$$

מצא את אורך מחוג המעגל.

פתרון:

בניית עזר: AC, BD

$$(3) \quad AC = BD = 2R$$

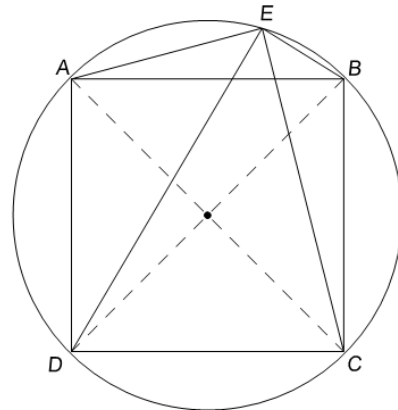
$$(4) \quad \angle AEC = 90^\circ, \quad (4) \quad \angle BED = 90^\circ$$

$$\underline{\triangle AEC}: \quad AE^2 + CE^2 = AC^2 = (2R)^2 = 4R^2$$

$$\underline{\triangle BED}: \quad BE^2 + DE^2 = BD^2 = (2R)^2 = 4R^2$$

$$AE^2 + CE^2 + BE^2 + DE^2 = 4R^2 + 4R^2 = 8R^2 \stackrel{(5)}{=} 200$$

$$8R^2 = 200 \Rightarrow R^2 = 25 \Rightarrow R = 5_{cm}$$

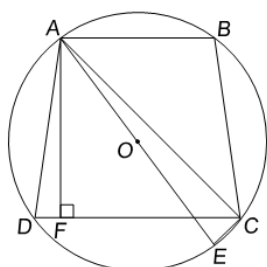


(3) זווית ריבוע היא זווית ישרה וזווית היקפית ישרה נשענת על קוטר

(4) זווית היקפית הנשענת על קוטר - היא זווית ישרה

(5) נתון

שאלה 5



טרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$) חסום במעגל.

AE הוא קוטר במעגל.

נתון: $AB = 18_{cm}$, $CD = 24_{cm}$, $AF \perp DC$, $AF = 21_{cm}$.

א. הוכח: $\triangle ACE \sim \triangle AFD$

ב. חשב את אורך רדיוס המעגל החוסם.

פתרון:

$$(4) \angle ACE = 90^\circ, (2) \angle AFD = 90^\circ \Rightarrow \underline{\angle ACE = \angle AFD}$$

$$(5) \underline{\angle ADC = \angle AEC} \Rightarrow^{(6)} \triangle ACE \sim \triangle AFD \quad (\checkmark)$$

$$(7) AD = BC, (8) \angle D = \angle C, (2) \angle AFD = \angle BPC$$

$$\Rightarrow^{(9)} \triangle AFD \cong \triangle BPC \Rightarrow^{(10)} DF = PC$$

$$(2) \Rightarrow AB \parallel FP, AF \parallel BP \Rightarrow FP = AB =^{(11)} 18_{cm}$$

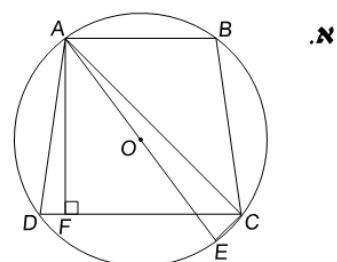
$$\Rightarrow DF = PC = \frac{24-18}{2} = 3_{cm} \Rightarrow FC = 18 + 3 = 21_{cm}$$

$$\underline{\triangle AFC}: (12) AC^2 = AF^2 + FC^2 = 21^2 + 21^2 = 2 \cdot 21^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2 \cdot 21^2} = 21\sqrt{2}_{cm}$$

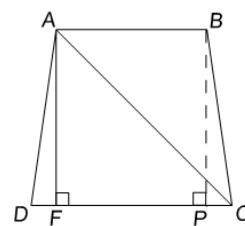
$$(13) \triangle ACE \sim \triangle AFD \Rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{CE}{FD} \Rightarrow \frac{21\sqrt{2}}{21} = \frac{CE}{3} \Rightarrow CE = 3\sqrt{2}_{cm}$$

$$\underline{\triangle ACE}: (12) AE^2 = AC^2 + CE^2 = (21\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 441 \cdot 2 + 9 \cdot 2 = 900 \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow AE = 30_{cm}$$

$$AE = 2R = 30_{cm} \Rightarrow R = 15_{cm}$$



ב. בניית עזר: $BP \perp DC$



(2) נתון

(4) זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה

(5) זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת שוות זו לזו (6) משפט דמיון זווית-זווית

(7) טרפז החסום במעגל הוא טרפז שווה-שוקיים

(8) זוויות אותו בסיס בטרפז שווה-שוקיים שוות זו לזו (9) משפט חפיפה צלע-זווית-זווית

(10) צמב"ח (11) ABPF מקבילית וצלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו

(12) משפט פיתגורס (13) ע"פ סעיף א'