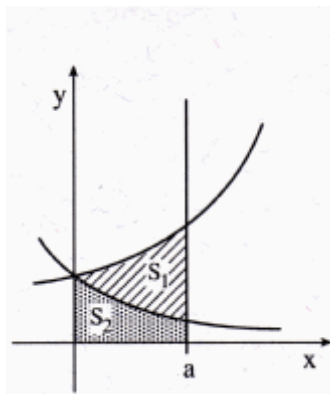


עוד שתי שאלות בפונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

שאלה 1

S_1 הוא השטח המוגבל ע"י הגרפים של הפונקציות $y = e^{ax}$, $y = e^{-ax}$, והישר $y = a$ ($a > 0$).
 S_2 הוא השטח המוגבל ע"י הגרף של הפונקציה $y = e^{-ax}$, הישר $y = a$ והצירים.
מצאו את a , אם נתון כי $S_1 = S_2$.



פתרון

$$f(x) = e^{-ax}, g(x) = e^{ax}$$

$$S_1 = \int_0^a (e^{ax} - e^{-ax}) dx = \left. \frac{e^{ax}}{a} - \frac{e^{-ax}}{-a} \right|_0^a = \left. \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{a} \right|_0^a = \frac{e^{a^2} + e^{-a^2}}{a} - \frac{2}{a}$$

$$S_2 = \int_0^a e^{-ax} dx = \left. \frac{e^{-ax}}{-a} \right|_0^a = \frac{-e^{-a^2}}{a} + \frac{1}{a}$$

$$\frac{e^{a^2} + e^{-a^2}}{a} - \frac{2}{a} = \frac{-e^{-a^2}}{a} + \frac{1}{a}$$

$$\frac{e^{a^2} + 2e^{-a^2}}{a} = \frac{3}{a}$$

$$e^{a^2} + 2e^{-a^2} = 3$$

$$t = e^{a^2}$$

$$t + \frac{2}{t} = 3$$

$$t^2 + 2 = 3t$$

$$t_1 = 1, t_2 = 2$$

$$e^{a_1^2} = 1$$

~~$$a_1 = 0$$~~

$$e^{a^2} = 2$$

$$a^2 = \ln 2$$

$$a = \pm \ln 2$$

$$a > 0 \Rightarrow a = \ln 2$$

שאלה 2

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \log_3 \left[\log_{\frac{1}{2}} (2x^2 - 3x + 1) \right]$.

ב. פתרו את המשוואה $\log_4(8x) + \log_x 64 = 5$.

פתרון

א.

$$f(x) = \log_3 [\log_{\frac{1}{2}} (2x^2 - 3x + 1)]$$

$$2x^2 - 3x + 1 > 0$$

$$2x^2 - 2x - x + 1 > 0$$

$$2x(x-1) - (x-1) > 0$$

$$(2x-1)(x-1) > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}, 1$$

$$x < \frac{1}{2} \text{ או } x > 1$$

וגם

$$\log_{\frac{1}{2}} (2x^2 - 3x + 1) > 0$$

$$2x^2 - 3x + 1 > \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

$$2x^2 - 3x > 0$$

$$x(2x-3) > 0$$

$$x_{1,2} = 0, 1\frac{1}{2}$$

$$x > 1\frac{1}{2} \text{ או } x < 0$$

קיבלנו ($x > 1$ או $x < \frac{1}{2}$) וגם ($x < 0$ או $x > 1\frac{1}{2}$), כאשר תוצאת החיתוך

היא $x < 0$ או $x > 1\frac{1}{2}$, וזה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב.

$$\log_4(8x) + \log_x(64) = 5$$

$$\frac{\log_2(8x)}{\log_2(4)} + \frac{\log_2(64)}{\log_2(x)} = 5$$

$$\frac{\log_2(8) + \log_2(x)}{2} + \frac{6}{\log_2(x)} = 5$$

$$t = \log_2(x)$$

$$1.5 + 0.5t + \frac{6}{t} = 5$$

$$1.5t + 0.5t^2 + 6 = 5t$$

$$t^2 - 7t + 12 = 0$$

$$t_{1,2} = 3, 4$$

$$x_1 = 2^{t_1} = 8$$

$$x_2 = 2^{t_2} = 16$$