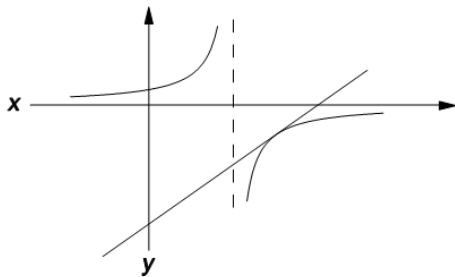


עוד שאלה בפונקציות מעריכיות ולוגריתמיות-שילוב עם דעיכה

שאלה

- א. הכמויות של שני סוגי דגים, סוג א' וסוג ב', גדלות בצורה מעריכית. כמות הדגים מסוג א' גדלה כל חודש פי q_1 , כמות הדגים מסוג ב' גדלה כל חודש פי q_2 . כעבור מספר חודשים כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2, וכמות הדגים מסוג ב' גדלה פי 4. q_2 גדול ב- 8.7% מ- q_1 . מצא את מספר החודשים שבהם כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2, וכמות הדגים מסוג ב' גדלה פי 4.



- ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e}{e-x}$. העבירו ישר שמשוואתו $y = \frac{4}{e}x - 8$ המשיק לגרף הפונקציה ברביע הרביעי. חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקציה ועל ידי הישר $x = 2e$. אין קשר בין הסעיפים.

פתרון

- א. ללא הגבלת הכלליות, נתיחס לכמות ההתחלתית בכל סוג כ- 1 (דג אחד מכל סוג A ו- B).
- $$q_1 = q \Rightarrow q_2 = \frac{108.7}{100} q = 1.087q$$
- סימון
- A: $2 = 1 \cdot q^n \Rightarrow \ln 2 = n \ln q \Rightarrow n = \frac{\ln 2}{\ln q}$
- B: $4 = 1 \cdot (1.087q)^n \Rightarrow \ln 4 = n \ln 1.087q \Rightarrow n = \frac{\ln 4}{\ln 1.087q}$
- $$\frac{\ln 2}{\ln q} = \frac{\ln 4}{\ln 1.087q} = \frac{2 \ln 2}{\ln 1.087q} \Rightarrow \frac{\ln 1.087q}{\ln q} = 2 \Rightarrow \log_q 1.087q = 2$$
- $$1.087q = q^2 \Rightarrow q^2 - 1.087q = 0 \Rightarrow q(q - 1.087) = 0, \quad q > 0 \Rightarrow q = 1.087$$

$$n = \frac{\ln 2}{\ln q} = \frac{\ln 2}{\ln 1.087} \Rightarrow n = 8.31 \quad (\text{חודשים})$$

$$\underline{x_A}: \quad \frac{4}{e}x - 8 = \frac{e}{e-x} \quad / \cdot e(e-x)$$

$$4x(e-x) - 8e(e-x) = e^2$$

$$4xe - 4x^2 - 8e^2 + 8ex = e^2$$

$$4x^2 - 12ex + 9e^2 = 0 \Rightarrow (2x - 3e)^2 = 0$$

$$2x = 3e \Rightarrow \underline{x_A = \frac{3e}{2}}$$

$$S = \int_{\frac{3e}{2}}^{2e} \left(\left(\frac{4}{e}x - 8 \right) - \frac{e}{e-x} \right) dx = \left(\frac{2x^2}{e} - 8x + e \ln |e-x| \right) \Big|_{\frac{3e}{2}}^{2e}$$

$$S = \left(\frac{2 \cdot 4e^2}{e} - 16e + e \ln |-e| \right) - \left(\frac{2 \cdot 9e^2}{e \cdot 4} - 12e + e \ln |-0.5e| \right)$$

$$S = 8e - 16e + e - \frac{9}{2}e + 12e - e(\ln 0.5 + \ln e) = 0.5e - e \ln 0.5 - e \cdot 1$$

$$\underline{S = -0.5e - e \ln 0.5 = 0.525} \quad (\text{יחידות ריבועיות})$$

