

משתנים ופונקציות

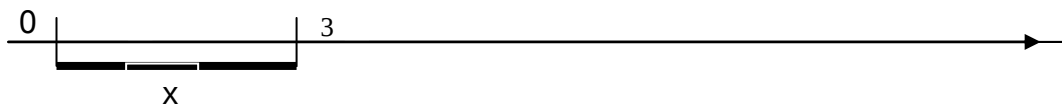
אינטרוול - התחום בו יכול להתקיים הערך X (מספר או ביטוי כלשהוא).

$$a \leq x \leq b$$

$$0 < x < 3$$

לדוגמא:

בדוגמא כאן x יכול לקבל ערכים מספריים רק בין אפס לשלוש (לא כולל את 0 ולא את 3).
על ציר המספרים זה ייראה כך:



כאן 2 הערכים 0 ו 3 אינם כלולים באינטרוול
אם נרצה לכלול אותם או אחד מהם נכתוב $\leq$ או $\geq$
 X מציין את כל הערכים (של קבוצת המספרים) והוא נקרא **משתנה**.
ה- x הוא בעצם חלק של קבוצה גדולה.

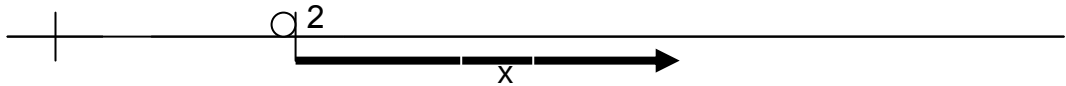
לדוגמא: נציין את x כיום בחודש יולי, בחודש יולי 31 יום לכן x הוא בקבוצה מ-1 עד 31. אם נתייחס לשנה, בשנה יש לנו 365 ימים לכן הקבוצה היא מ-1 עד 365 וחודש יולי הוא חלק מאותה קבוצה מהיום ה-182 ועד ה-212.

$$182 \leq x \leq 212 \quad \text{נוכל לכתוב}$$

וה x משתנה בתוך התחום הזה.

אי שוויון בעצם מגדיר תחום או טווח (אינטרוול), לדוגמא $3x - 6 > 0$
נבדוק מהו התחום על ידי שנשווה ואז $3x - 6 = 0$ ונקבל ש $x = 2$

כל ערך של x שהוא שמעל 2 יקיים את האי שוויון.
כלומר התחום הוא המספרים הממשיים שהם מעל 2



סימון עיגול פתוח ב 2, משמעותו שהתחום אינו כולל את הקצה 2
אם משתנה אחר y תלוי במשתנה x אנו אומרים ש- y הוא פונקציה של x .

לדוגמא $y = 3x - 6$

y מקבל את ערכיו בהתאם לערכי ה- x ולכן אנו אומרים ש y הוא משתנה תלוי ואילו x הוא המשתנה הבלתי תלוי.
אם x מוגדר בתוך תחום (אינטרוול) מסוים גם y יוגדר בתחום כלשהו.

אם נתייחס לדוגמא לעיל $y = 3x - 6$

ונגיד ש x מוגדר $2 < x < 6$ אזי נבדוק מה יהיה תחום ה- y .

נציב את הערכים 2 ו 6 ונקבל כאשר $x = 2$ $y = 0$

וכאשר $x = 6$ $y = 12$

התחום של y הוא $0 < y < 12$

לכל ערך של x בתחום שלו יש ערך מתאים בתחום של y .
ישנם מצבים שלמספר ערכים של x מתאים ערך יחיד של y ולהיפך

לדוגמא $y = 2x^2 - 4x$

נניח שהתחום של x הוא $0 < x < 2$ אנו נראה כי לשני ערכים

של x בתחום יש ערך אחד של y . בדוק לגבי $x = \frac{3}{2}$ ו- $x = \frac{1}{2}$

בדוגמא זו גם אם ניקח וניתן ל x את כל ערכי המספרים הממשיים
נקבל 2 ערכים ל y .

$$y < -3 \quad \text{כאשר} \quad y = 2x^2 - 4x$$

$$2x^2 - 4x < -3 \quad \text{הפונקציה } y \text{ מוגבלת}$$

$$2x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \text{נבדוק את התחום של } x$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{-8}}{4} \quad \text{ומכאן נקבל}$$

הפתרון הוא מדומה. רק ב- $y = -2$ אנו עדיין מקבלים פתרון ממשי.

אנו רואים שאם הטווח של y הוא $y < -2$ הטווח של x במספרים
המדומים.

המשתנה התלוי y הוא הפונקציה של x ומסמנים ב- $y = f(x)$ כאשר

$$f(x) = 2x^2 - 4x \quad \text{א הוא המשתנה הבלתי תלוי. נכתוב זאת}$$

על מנת לחקור את הפונקציה (y) עלינו לדעת את תחום הקיום של
המשתנה הבלתי תלוי x , וזה נקרא תחום ההגדרה של הפונקציה.

$$f(x) = 12x - 2x^2 \quad \text{נראה דוגמא:}$$

היא מוגדרת לכל מספר ממשי של x . לכן גם y מוגדרת למספרים
הממשיים.

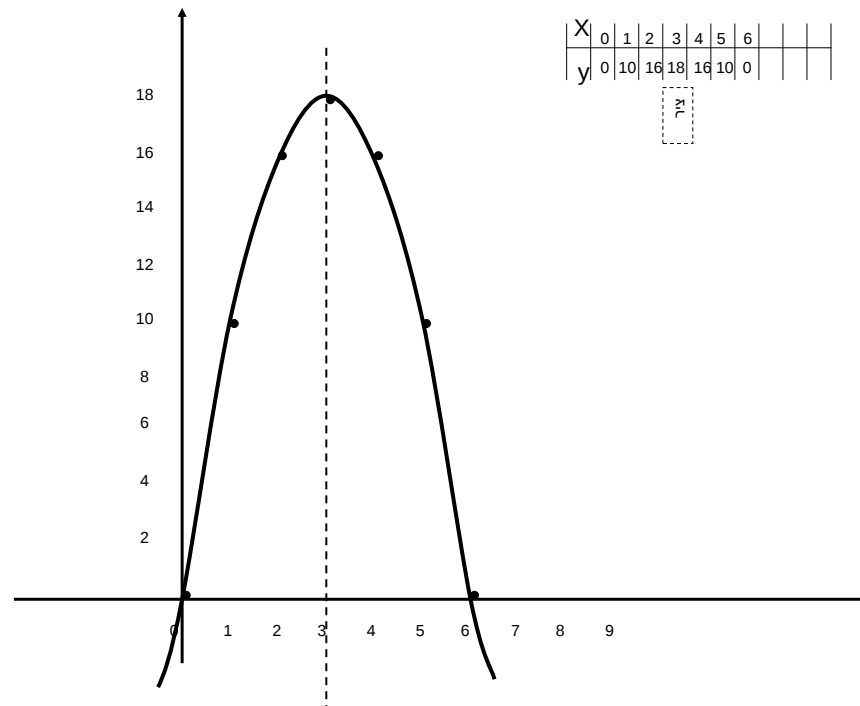
$f(x)$ תקבל ערכים ממשיים בכל התחום של x .

$$y = 12x - 2x^2 \quad \text{נראה את הגרף של}$$

נחשב את ערך x בציר הסימטריה (קודקוד הפרבולה)

וניקח ערכים משני צידיו

$$(בקודקוד) \quad x_{צ} = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{-4} = 3$$



אם אנו רוצים את המספרים הממשיים של x ושל y אזי כאשר

$$y > 18$$

אנו נקבל x ים מדומים. ולכן על מנת לקבל טווח של x כל המספרים

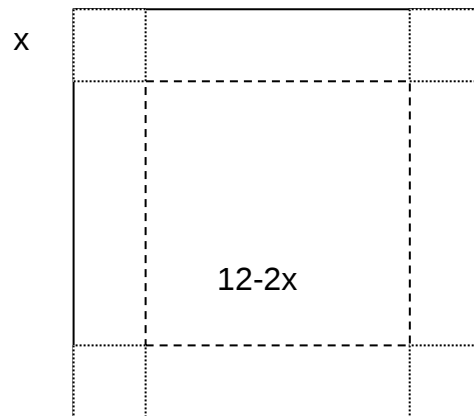
הממשיים הטווח של y יהיה $y < 18$.

דוגמא נוספת

ניקח פח ריבועי של 12×12 ס"מ. מכל פינה נחתוך ריבוע באורך של

x ס"מ. נקפל וניצור קופסא בטא את נפח הקופסא כפונקציה של x .

12



הנפח של קופסא הוא בסיס כפול הגובה ולכן

$$V = (12 - 2x)^2 * x = (144 - 48x + 4x^2)x = 4x(36 - 12x + x^2) = 4x(6 - x)^2$$

נראה את הטווח של x .

אנו חותכים מהפינות ולכן ה- x יכול להגיע רק עד האמצע שזה 6

כלומר $0 < x < 6$

הערה: אנו יכולים לראות זאת גם בפונקציה שם יש לנו $(6 - x)^2$ אם

$x=6$ נקבל אפס נפח.

נבדוק לגבי כמה ערכים של x בטווח $0 < x < 6$

כאשר $x=1$ נקבל נפח של $V = 4x(6 - x)^2$ שהוא $V = 100$

כאשר $x=2$ נקבל נפח של $V = 4x(6 - x)^2$ שהוא $V = 128$

כאשר $x=3$ נקבל נפח של $V = 4x(6 - x)^2$ שהוא $V = 108$

כאשר $x=4$ נקבל נפח של $V = 4x(6 - x)^2$ שהוא $V = 64$

אנו רואים שבתוך הטווח של x מקבלים ערכים שונים של הנפח ויש

ערך מסוים של x שבו הנפח יהיה מכסימלי.

נראה זאת בפרק מכסימום ומינימום, באחד הפרקים הבאים בחוברת.