

פונקציה טריגונומטרית הפוכה

אם נתונה הפונקציה $y = \sin x$

הפונקציה ההפוכה תיכתב $x = \arcsin y$ (במחשבון $\sin^{-1}$)

אנו נסתכל על פונקציה (הפוכה) $y = \arcsin x$

נתונה פונקציה $y = \arcsin u$ כאשר $u = f(x)$ גזירה

את u נוכל להביע $u = \sin y$

אנו מכירים את כלל השרשרת $\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} \frac{dy}{dx}$

נגזור $\frac{du}{dy} = \cos y$ נציב בכלל השרשרת $\frac{du}{dx} = \cos y \frac{dy}{dx}$

נחלץ את $1: \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} \frac{du}{dx}$

מהטריגונומטריה ידוע $\sin^2 + \cos^2 = 1$ לכן $\cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y}$

נציב את u ונקבל $\cos y = \sqrt{1 - u^2}$

נציב ב1 ונקבל את הנגזרת $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} \frac{du}{dx}$

באותו אופן נעשה לגבי שאר הפונקציות הטריגונומטריות ההפוכות

$$y = \arccos u$$

ונקבל $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} \frac{du}{dx}$

וכן $y = \arctan u$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1 + u^2} \frac{du}{dx}$$

$$y = \operatorname{arccot} u$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

דוגמאות:

1. נתון

$$y = \arcsin(2x-1)$$

$$\frac{du}{dx} = 2 \quad \text{נציב } u = 2x-1 \quad \text{והנגזרת}$$

נקבל

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-(2x-1)^2}} * 2$$

לאחר פיתוח נקבל

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x-x^2}}$$

2. נתון

$$y = \operatorname{arccot}(3x^2)$$

$$\frac{du}{dx} = 6x \quad \text{נציב } u = 3x^2 \quad \text{והנגזרת}$$

נציב ונקבל

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx} = \frac{1}{1+(3x^2)^2} * 6x = \frac{6x}{1+9x^4}$$