

הסתברויות פשוטות

שאלה 1

כדי לקבל תו תקן צריך מכשיר מסוים לעבוד בהצלחה שתי בדיקות. בדיקה א' – ההסתברות להצלחה 0.8, בדיקה ב' – ההסתברות להצלחה 0.9. ההסתברות שמכשיר זה יעבור בהצלחה לפחות אחת מהבדיקות היא 0.95. מה ההסתברות שהמכשיר לא יקבל את תו התקן ?

שאלה 2

נתונים: $p(A) = 0.4$ $p(B) = 0.25$ $p(A \cap B) = 0.15$

מצאו:

$p(A \cup B)$ (א)	$p(\bar{A})$ (ב)	$p(\bar{B})$ (ג)
$p(\bar{A} \cap \bar{B})$ (ד)	$p(\bar{A} \cup \bar{B})$ (ה)	$p(\bar{A} \cap B)$ (ו)

שאלה 3

בוחרים מספר מקרי בין 00 ל-49. מצא את ההסתברויות :

(א) שנבחר מספר גדול מ-37 (מאורע A)

(ב) שנבחר מספר ראשוני (מאורע B)

(ג) שנבחר מספר שסכום ספרותיו קטן מ-5 (מאורע C)

(ד) הגדירו את המאורעות $(A \cap B)$ ו- $(A \cap \bar{C})$ ומצאו את ההסתברויותיהם.

שאלה 4

נתונים: $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(B) = \frac{2}{7}$. האם יתכן $p(A \cup B) = \frac{1}{2}$?

שאלה 5

(א) נתון מרחב המדגם $\Omega = \{\omega_n : n = 1, 2, 3, \dots\}$ ונתונה ההסתברות $p(\{\omega_n\}) = \frac{c}{2^n}$.

מצאו C כך שתקבל פונקציה הסתברות.

(ב) נתון מרחב המדגם: $\Omega = \{x : x = 1, 2, 4, \dots\}$ ונתונה ההסתברות $p(x) = c(x+1)$.

מצאו C כך שתקבל פונקציה הסתברות.

שאלה 6

ההסתברות שגד יחלה 0.2, ההסתברות שדן יחלה 0.15, וההסתברות שיחלו ביחד 0.08. בטאו בכתב מאורעות וחשבו את ההסתברות:

(א) לפחות אחד מהשניים יחלה.

(ב) רק גד יחלה.

(ג) רק דן יחלה.

(ד) אף אחד מהם לא יחלה.

שאלה 7

יהיו A, B, C מאורעות זרים. נתון: $p(A) = 0.2$, $p(B) = 0.1$, $p(C) = 0.4$.

חשב את הסתברות: $p(A \cup (B \cap C))$, $p(\overline{A} \cap \overline{B})$, $p(\overline{B \cup C})$.

שאלה 8

בקורס ההסתברות באוניברסיטת בן גוריון ניתנו 2 בחינות. אחוזי ההצלחה היו כדלקמן: 80% עברו בהצלחה בחינה א, 75% עברו בהצלחה בחינה ב' ו-60% עברו בהצלחה את שתי הבחינות.

(א) מה אחוז הסטודנטים שעברו בחינה א' ונכשלו בבחינה ב'?

(ב) מה אחוז הסטודנטים שעברו בהצלחה לפחות בחינה אחת?

(ג) מה אחוז הסטודנטים שנכשלו לפחות בבחינה אחת?

שאלה 9

כדי שיתקיים שיעור שחייה חייבים להתקיים בו זמנית המאורעות הבלתי- תלויים ביניהם הבאים:

A – יהיה יום נאה, B – המורה לשחייה יהיה בריא, C – לפחות 5 תלמידים יגיעו לשיעור.

ידוע כי ההסתברויות למאורעות הן: $p(C) = 0.8$ $p(B) = 0.9$ $p(A) = 0.3$.
מה ההסתברות שלא יתקיים שיעור שחייה ?

שאלה 10

בתכנית "חפש את המטמון" נותרו בידי המטמונאי 300 ₪ לפני שליחת אנשים למטמון. לפי חוקי המשחק, המטמונאי זוכה אך ורק אם מישוהו הגיע למטמון. כל אדם שהגיע למטמון בזמן מקבל את דרישתו והיתרה שייכת למטמונאי. דני ורמי דורשים כל אחד 150 ₪ על מנת להגיע למטמון בזמן. המטמונאי מעריך כי הסיכוי שדני יגיע למטמון בזמן הוא 0.6, הסיכוי שרמי יגיע למטמון בזמן הוא 0.3, והסיכוי ששניהם יגיעו בזמן הוא 0.1.

מה ההסתברות שהמטמונאי לא יקבל דבר ?

שאלה 11

במפעל לטכסטיל שתי מכונות לחיתוך בד. ההסתברות שהמכונה הראשונה תתקלקל ביום מסוים היא 0.1, ההסתברות שהמכונה השנייה תתקלקל ביום מסוים היא 0.05 וההסתברות שלפחות מכונה אחת תתקלקל ביום מסוים היא 0.12.

(א) מה ההסתברות ששתי המכונות תתקלקלנה ביום מסוים ?

(ב) מה ההסתברות שמכונה אחד בלבד תתקלקל ?

(ג) מה ההסתברות שלפחות מכונה אחת תפעל ?

(ד) מה ההסתברות שרק המכונה הראשונה תתקלקל

הסתברויות פשוטות - תשובות

				(0.25)	<u>תשובה 1:</u>
				א. 0.5, ב. 0.75, ג. 0.75, ד. 0.5, ה. 0.85, ו. 0.1, ז. 0.9	<u>תשובה 2:</u>
				א. 12/50, ב. 15/50, ג. 15/50, ד. 3/50, ה. 11/50	<u>תשובה 3:</u>
				לא יתכן	<u>תשובה 4:</u>
				א. 0.1, ב. 1	<u>תשובה 5:</u>
				א. 0.27, ב. 0.12, ג. 0.07, ד. 0.73, ה. 0.92	<u>תשובה 6:</u>
				א. 0.2, ב. 0.7, ג. 0.4	<u>תשובה 7:</u>
				א (0.2, ב (0.95, ג (0.4	<u>תשובה 8:</u>
				0.784	<u>תשובה 9:</u>
				(0.3)	<u>תשובה 10:</u>
				א (0.03, ב (0.04, ג (0.47, ד (0.07	<u>תשובה 11:</u>
				$p(A \cup (B \cap C)) = 0.2$ $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.7$ $p(B \cup C) = 0.4$	<u>תשובה 12:</u>
				א (0.2, ב (0.95, ג (0.4	<u>תשובה 13:</u>

הסתברות מתנית

שאלה 1

נתונים: $p(B|\bar{A}) = 0.25$ $p(B) = 0.15$ $p(A) = 0.6$
חשבו: $p(A|B)$, $p(A \cap B)$, $p(A \cup B)$.

שאלה 2

בכד 10 כדורים אדומים ו-5 לבנים. מוציאים 3 כדורים ללא החזרה. מה ההסתברות לקבל לפי הסדר: אדום, לבן, אדום ?

שאלה 3

אוכלוסייה מורכבת מ-45% גברים מ-60% מעשנים. ידוע כי 30% מהאוכלוסייה הם גם גברים וגם מעשנים. בוחרים מהאוכלוסייה אדם באופן מקרי. אם ידוע כי הוא מעשן, מה ההסתברות שזו אישה ?

שאלה 4

3 ציידים יצוא לצוד. ההסתברות שצייד A יפגע במטרה היא $\frac{1}{3}$, ההסתברות שצייד B יפגע בה היא $\frac{1}{4}$, וההסתברות שלפחות צייד אחד יפגע בה היא 0.6. מה ההסתברות שצייד C יפגע במטרה, בהנחה שהישיגי הציידים בלתי תלויים זה בזה ?

שאלה 5

נתונים $p(A \cap B) = 0.15$ $p(B) = 0.25$ $p(A) = 0.4$
חשבו: $p(\bar{A} \cap \bar{B})$, $p(B|A)$, $p(\bar{A}|B)$

**שאלה 6

לפניכם 2 שקים אטומים וזהים בצורתם החיצונית. שק א' מכיל 7 כדורים ירוקים ו-3 כדורים אדומים. שק ב' מכיל 7 כדורים אדומים ו-3 כדורים ירוקים. בוחרים אחד מהשקים באופן מקרי ואח"כ מוציאים מהשק שנבחר 4 כדורים עם החזרה. מה ההסתברות שהשק שממנו נבחרו הכדורים היה שק א', אם ידוע שהוצאו 2 כדורים ירוקים ו-2 כדורים אדומים ?

שאלה 7

בארגז 5 שקיות תה, 4 שקיות קפה, 3 שקיות קקאו. מוצאים באופן מקרי 3 שקיות ללא החזרה.

(א) מה ההסתברות שהשקית הראשונה שהוצאה היא שקית קקאו ?

(ב) מה ההסתברות שהשקית השנייה שהוצאה היא שקית קקאו ?

(ג) מה ההסתברות שהוצאו 3 שקיות תה אם ידוע שלפחות אחת השקיות שהוצאה הייתה

שקית תה ?

**שאלה 8

מכונות הדפסה מסוגלות להדפיס n סימנים $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ מופעלת על ידי דופק (פולס) חשמלי לכל סימן. קיימת הסתברות ρ שהמכונה תדפיס סימן בהתאם לדופק שקיבלה, אחרת היא מדפיסה את אחד הסימנים האחרים בהסתברות שווה. אחד הדפקים נבחר וניתן למכונה להדפיס פעמיים ובשי מקרים הופיע α_i . הראו כי ההסתברות שהדופק

שנבחר היה אמנם היא: $\frac{(n-1)p^2}{1-2\rho+np^2}$.

שאלה 9

בקופסה 3 מטבעות, שתיים מהן מאוזנות, ובמטבע השלישית יש הסתברות $\frac{3}{4}$ להופעת "ראש" בהטלה אחת. מוציאים מהקופסה באופן מקרי מטבע אחת ומטילים אותה פעמיים. התקבלו 2 ראשים. מה ההסתברות שהמטבע שהוצאה מהקופסה היא מטבע מאוזנת ?

שאלה 10

לראובן 20 שטרות של 10 שקלים, 2 שטרות של 50 שקלים ושטר אחד של 100 שקלים. לגדי 10 שטרות של 10 שקלים, 4 שטרות של 50 שקלים ושטר אחד של 100 שקלים. לשמואל 5 שטרות של 10 שקלים, 3 שטרות של 50 שקלים ושני שטרות של 100 שקלים. אחד מהשלושה נבחר באופן מקרי ונלקח ממנו שטר באופן מקרי. השטר היה של 50 שקלים. מה ההסתברות שהשטר נלקח מראובן ?

שאלה 11

בארץ שני מפעלים לייצור מגבות. מפעל A מייצר 60% מהכמות הכללית, ומפעל B מייצר 40% מהכמות. מתוך התוצרת של מפעל A, מחצית היא סוג א' ומחצית סוג ב', בעוד שרק 20% מתוצרת מפעל B היא סוג ב'. לחו"ל מייצאים רק מגבות מסוג א'. מפעל A מייצא 30% מתוצרת סוג א' שהוא מייצר ומפעל B מייצא 50% מתוצרת סוג א' שהוא מייצר. מגבת נבחרה באופן מקרי וידוע שהיא מיוצאת לחו"ל. מה ההסתברות שהיא מתוצרת מפעל B ?

שאלה 12

בחורשה יש 3 זני אורן, A, B ו-C. מחלה פגעה ב-40% מעצי החורשה. $\frac{1}{3}$ מזן A נפגע. $\frac{1}{2}$ מזן B נפגע. $\frac{1}{4}$ מזן C נפגע. $\frac{1}{4}$ מהפגועים הם מזן A. מה אחוז העצים מזן B בחורשה ?

שאלה 13

אדם ניגש לבצע 2 הגרלות. לפניו 2 מכונות. במכונה א' הסיכוי לזכות הוא 0.6, ובמכונה B הסיכוי לזכות הוא 0.3. להגרלה הראשונה האדם בוחר מכונה באופן אקראי. בכל שלב, אם הוא זוכה הוא מגריל שוב מאותה המכונה, ולא – הוא עובר למכונה.
(א) מה ההסתברות שההגרלה השנייה תתבצע במכונה א' ?
(ב) מה ההסתברות שההגרלה הראשונה בוצעה במכונה א', אם ידוע שההגרלה השנייה בוצעה במכונה א' ?

שאלה 14

במפעל מסוים לייצור מכוניות, כל מכונית שמסתיים תהליך היצור שלה, עוברת בדיקה אצל שני בוחנים. הסיכוי שמכונית תקינה תעבור את הבדיקה הראשונה אצל בוחן א' היא 0.9 ואת הבדיקה השנייה אצל בוחן ב' – 0.8. מכונית שאינה עוברת את הבדיקה הראשונה גם אינה עוברת את הבדיקה השנייה. הסיכוי שמכונית שאינה תקינה תעבור את הבדיקה הראשונה היא 0.4 ואת הבדיקה השנייה 0.1.

בתהליך הייצור של אותו מפעל 8% מהמכונות אינן תקינות.

- (א) מה ההסתברות שמכונת שנבחרה באופן מקרי תעבור את שתי הבדיקות ?
- (ב) מה ההסתברות שמכונת לא תקינה תעבור את הבדיקה הראשונה ותכשל בשנייה ?
- (ג) מה ההסתברות שמכונת שעברה את שתי הבדיקות אינה תקינה ?

שאלה 15

בחינת גמר נערכת באוניברסיטה בשיא מגפת השפעת. ההסתברות שסטודנט יחלה בשפעת בעונה זו היא 0.4. ההסתברות שסטודנט שחלה בשפעת יבוא להבחן היא 0.1. ההסתברות שסטודנט שלא חלה יקרא למילואים היא 0.05 (סטודנטים חולים אינם נקראים למילואים). סטודנט שנקרא למילואים אינו מגיע לבחינה בוודאות. ההסתברות שסטודנט אשר לא חלה ולא יצא למילואים, לא יופיע לבחינה מסיבות אחרות היא 0.2.

- (א) מה ההסתברות שסטודנט כלשהו לא יופיע לבחינת הגמר ?
- (ב) מה ההסתברות שסטודנט לא חלה בשפעת, לא נקרא למילואים, ולא יבוא לבחינה ?
- (ג) אם אחד הסטודנט לא הופיע לבחינה, מה ההסתברות שהוא חולה בשפעת ?

*שאלה 16

ההסתברות שמפציץ יושמד לפני הגיעו למטרה היא 0.4, ההסתברות שפצצה שתוטל תפגע במטרה היא 0.5, ההסתברות שמטרה שנפגעה תיהרס היא 0.8. (המפציצים פועלים באופן בלתי תלוי אחד מהשני). חשב את ההסתברות שהמטרה תיהרס אם:

- (א) נשלחו מפציץ אחד נושא פצצה אחת.
- (ב) נשלחו 2 מפציצים נושאי פצצה אחת כל אחד.
- (ג) נשלח N מפציצים נושאי פצצה אחת כל אחד.
- (ד) נשלח מפציץ אחד נושא M פצצות.
- (ה) נשלחו N מפציצים נושאי M פצצות.

שאלה 17

שלושה טבחים אופים את העוגות בסניף מסוים של קפולסקי. ההסתברות שהעוגה תישרף אצל טבח א' היא 0.06, אצל טבח ב' 0.05, ואצל טבח ג' 0.02. בחלוקת העבודה אופה טבח א' 25% מהעוגות, ב' אופה 60% מהעוגות, ו-ג' 15% מהעוגות. יום אחד ראה המלצר, אשר ידע כי טבח ג' נמצא באותו יום במילואים, כי שיירי העוגה שרופה נשארו על השולחנות. מה ההסתברות שהעוגה השרופה נאפתה ע"י טבח א' ?

*שאלה 18

מראיין רצה לברר מהוא אחוז מעשני הסמים בקרב אוכלוסייה הנחקרת על ידו. היות ואנשים אינם ששים לענות על שאלות מסוג זה, הוא תכנן את הפרוצדורה הבאה: הכין שק גדול שכלל פתקי שאלות רבים. על 70% מהפתקים היה רשום "האם אתה מעשן סמים?", ועל 30% מהפתקים האחרים היה רשום: "האם ספרת היחידות של מספר תעודת הזהות שלך זוגית?". כל נבדק הגריל באופן עיוור פתק מהשק, קרא את תכנו וענה "כן" או "לא" למראיין, לאחר מכן הושמד הפתק. כך לא יכול היה המראיין לדעת על איזה שאלה ניתנה התשובה. הנח כי לחצי מהאוכלוסייה מספר זהות בעל ספרת יחידות זוגית וכי כל הנחקרים השיבו תשובות אמיתיות.

(א) התברר כי 44% מהמראיינים השיבו "כן". מה ההסתברות שנחקר מקרי באוכלוסייה זו מעשן סמים ?

(ב) איזה אחוז של תשובות "כן" היה מתקבל אילו כל הנחקרים היו מעשני סמים ?

*שאלה 19

בכפר שבו מתגוררים 30 תושבים, אדם מספר בדיחה לאדם אחר, וזה מספר את הבדיחה לאדם אחר וכו'. המספר בוחר באופן מקרי למי לספר את הבדיחה בין כל אנשי הכפר, להוציא את עצמו ואת זה שסיפר לו את הבדיחה. הבדיחה סופרה 6 פעמים.

(א) מה ההסתברות שמתחיל הבדיחה לא שומע אותה שוב ?

(ב) מה ההסתברות שאין אדם ששומע את הבדיחה יותר מפעם אחת ?

**שאלה 20

הפרדוקס של ברטנדר: בכל אחד מ-3 קופסאות יש 2 מגירות. אחת הקופסאות מכילה בכל אחד ממגירותיה מטבע זהב. השנית מכילה בכל אחת ממגירותיה מטבע כסף.

השלישית מכילה באחת ממגירותיה מטבע כסף ובשנייה מטבע זהב. קופסה אחת נבחרה באופן מקרי והתברר שבאחת ממגירותיה מטבע זהב. מה ההסתברות שבמגירה השנייה מטבע כסף ?

שאלה 21

מכתב נמסר לחבר, כדי שישלשלו בתיבת דואר. ההסתברות שישכח לשלשל את המכתב היא 0.2. ההסתברות שהמכתב יאבד בדרך מתיבת הדואר אל המיון היא 0.1, וההסתברות שהדוור הנושא את המכתב לא ימצא את הכתובת היא 0.1.

- (א) מה ההסתברות שהמכתב לא יגיע לתעודתו ?
- (ב) ידוע כי המכתב לא הגיע לתעודתו. מה ההסתברות שהחבר שכח לשלשל את המכתב לתיבה ?

*שאלה 22

3 אסירים A, B, C נידונים למוות ונמצאים בתאים מבודדים. נודע שהוכרזה חנינה לאחד מהם ואסיר A רוצה לדעת למי, אך הסוהר אינו מוכן לגלות לו. אסיר A מגיע להסכם עם הסוהר: אם B חופשי אמור "C להורג". אם C חופשי אמור "B להורג". אם A חופשי הטל מטבע הוגנת, ואז אם תקבל ראש אמור "B להורג" ואם זנב אמור "C להורג". אם ידוע שהסוהר אמר "C להורג", מה סיכויים של A להישאר בחיים ?

שאלה 23

כד מכיל 4 כדורים המסומנים האותיות א, ב, ג, ד. מוציאים, עם החזרה, שני כדורים. נתון שהכדור השני שהוצא לא היה זה שהוצא ראשון (נסמן מאורע זה ב - F). מצא מהי ההסתברות של מאורע E : "אף אחד משני הכדורים לא היה הכדור ב".

*שאלה 24

- 40% מהסטודנטים לומדים בשנה א' ו-25% בשנה ב'. אחוז הנשואים בקרב תלמידי שנה א' הוא 20% ובקרב תלמידי שנה ב' 30%. בקרב תלמידי שנים גבוהות האחוז הוא 70%.
- (א) בוחרים סטודנט באופן מקרי. מה ההסתברות שהוא (היא) נשוי (נשואה) ?
- (ב) מסתבר שהסטודנט שנבחר נשוי. מה ההסתברות שהוא תלמיד שנה א' ?

שאלה 25

סוכן נוסע קם בבוקר ובוחר באופן מקרי לנסוע לאחת מ-3 הערים: נתניה, נצרת או נהרייה. ההסתברות שבנהרייה ירד גשם $\frac{1}{3}$, בנצרת $\frac{1}{4}$, ובנתניה $\frac{1}{6}$ הוא חזר לתל אביב כשמכוניתו רטובה. מה ההסתברות שביקר בנצרת ?

שאלה 26

חוקר מהפקולטה לחקלאות טוען שטיפול הורמונאלי חדש שפיתח עבור פרות יעלה את שכיחות לידת הנקבה ל- $\frac{2}{3}$. חוקר שני טוען שהטיפול אינו משפיע כלל, והשכיחות הצפויה נשארת $\frac{1}{2}$. אפריורית אתה מתייחס לשני החוקרים באותה מידת אמון (כלומר, מייחס הסתברות 0.5 לכך שהראשון צדק). כיצד תשתנה מידת האמון שלך בכל אחד מן החוקרים אם מתוך 4 צאצאים שנולדו לאחר הטיפול בהורמון ל-4 פרות שונות, התברר ש-3 מהן עגלות ?

הסתברות מותנית – תשובות

$p(A \cup B) = 0.7$	$p(A \cap B) = 0.05$	$p(A B) = \frac{1}{3}$	<u>תשובה 1</u>
		$\frac{10}{15} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{9}{13}$	<u>תשובה 2</u>
	0.2	$\frac{1}{2}$	<u>תשובה 3</u>
$p(\bar{A} B) = 0.4$	$p(B A) = \frac{3}{8}$	$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{2}$	<u>תשובה 5</u>
		$\frac{1}{2}$	<u>תשובה 6</u>
$\frac{\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10}}{1 - \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10}} = 0.159$	(ג)	$\frac{1}{4}$ (ב)	$\frac{1}{4}$ (א) <u>תשובה 7</u>
	$\frac{8}{17}$	<u>תשובה 9</u>	שאלה הוכחה, <u>תשובה 8</u>
0.64	<u>תשובה 11</u>	0.13 (?)	<u>תשובה 10</u>
0.461 (ב)	0.65 (א)	<u>תשובה 13</u>	0.5 <u>תשובה 12</u>
0.0048 (ג)	0.36 (ב)	0.6656 (א)	<u>תשובה 14</u>
0.714 (ג)	0.114 (ב)	0.504 (א)	<u>תשובה 15</u>
$1 - (1 - 0.24)^N$ (ג)	$1 - (1 - 0.24)^2 = 0.422$ (ב)	$0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.6 = 0.24$ (א)	<u>תשובה 16</u>
$1 - (1 - d)^N$ (ה)	$d = 0.6[1 - (1 - 0.5 \cdot 0.8)^M] \cdot 3$ (ד)		
85% (ב)	0.414 (א)	<u>תשובה 18</u>	$\frac{1}{3}$ <u>תשובה 17</u>
$\frac{27}{28} \cdot \frac{26}{28} \cdot \frac{25}{28} \cdot \frac{24}{28}$ (ב)	$(\frac{27}{28})^4$ (א)		<u>תשובה 19</u>
0.568 (ב)	0.352 (א)	<u>תשובה 21</u>	$\frac{1}{3}$ (א) <u>תשובה 20</u>
$\frac{1}{2}$	<u>תשובה 23</u>	$\frac{1}{3}$	<u>תשובה 22</u>
	0.2 (ב)	0.4 (א)	<u>תשובה 24</u>
0.542 *	<u>תשובה 26</u>	$\frac{1}{3}$	<u>תשובה 25</u>