

דוגמא 3 לשאלון 35806

עד לשנה"ל תשע"א

משך הבחינה: שלוש וחצי שעות

דוגמא זו מבוססת על שאלות מתוך שאלוני בגרות שהיו בעבר. כדי להתאים את השאלות למשך הזמן של שאלון 35806, ייתכן שיושטט סעיף במקצת השאלות שבדוגמא זו.

פרק א: בחירה של שתיים מבין שלוש שאלות.

אלגברה ובעיות מילוליות, כולל אי שיוויונים ריבועיים ורציונאליים, הסתברות, סדרות ואינדוקציה

שאלה 1: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד ב' תשס"ח

במפעל לעיבוד מתכת יש שתי מכונות המייצרות ברגים, מכונה I ומכונה II.

המפעל קיבל הזמנה לברגים.

שתי המכונות עבדו יחד, וסיימו את ההזמנה ב־ 30 שעות.

אם מכונה I תייצר 30% מהכמות שהיא ייצרה עבור ההזמנה,

ומכונה II תייצר $26\frac{2}{3}\%$ מהכמות שהיא ייצרה עבור ההזמנה,

ייצרו המכונות בסך הכול 480 ברגים.

אם מכונה I תייצר $\frac{2}{3}$ מהכמות שייצרה מכונה II עבור ההזמנה,

ומכונה II תייצר 0.3 מהכמות שייצרה מכונה I עבור ההזמנה,

תעבוד מכונה II במקרה זה 3 שעות פחות ממכונה I.

מצא כמה ברגים בשעה מייצרת כל אחת מהמכונות. (קצב העבודה של כל אחת מהמכונות קבוע.)

שאלה 2: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד קיץ תשס"ח

א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי גדול מ־ 1 מתקיים:

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n} > 4^n \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n}{n+1}$$

ב. על סמך סעיף א, הוכח כי $\frac{10^2 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 9} > 4^9$

שאלה 3 : לקוחה מתוך שאלון 35005 מועד חורף תשס"ו

ידוע כי אם בוחרים באקראי 3 אורחים בבית מלון מסוים באילת, ההסתברות שכל השלושה הם דוברי עברית היא 0.027 .

א. בוחרים באקראי אורח בבית המלון.

מהי ההסתברות שהוא אינו דובר עברית?

ב. בוחרים באקראי 7 אורחים בבית המלון.

מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם דובר עברית?

ג. ידוע גם שבאותו בית מלון 0.4 מכלל האורחים הם אזרחי ארצות-הברית,

ו- $\frac{1}{3}$ מהאורחים דוברי העברית הם אזרחי ארצות-הברית.

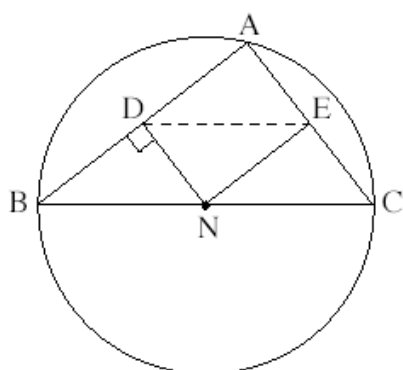
בחרו באקראי אורח בבית המלון, ונמצא שהוא אזרח ארצות-הברית.

מהי ההסתברות שהוא דובר עברית?

פרק ב: בחירה של שתיים מבין שלוש שאלות.

גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור.

שאלה 4 : לקוחה מתוך שאלון 35005 מועד חורף תשס"ו



BC הוא קוטר במעגל שמרכזו N .

A היא נקודה על מעגל זה.

נתון כי ND הוא אנך ל- AB ,

ו- DE מקביל לקוטר BC (ראה ציור).

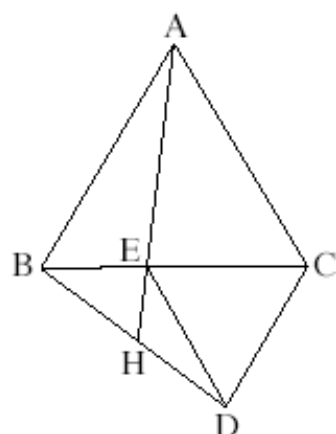
א. הוכח כי $NE \perp AC$.

ב. רדיוס המעגל הוא 16 ס"מ.

נקודה G היא אמצע BN .

מצא את האורך של הקטע DG . נמק.

שאלה 5 : לקוחה מתוך שאלון 35005 מועד חורף תשס"ח



נתון משולש שווה-צלעות ABC .

E היא נקודה על הצלע BC .

על הקטע EC בנו משולש שווה-צלעות ECD .

המשך AE חותך את BD בנקודה H (ראה ציור).

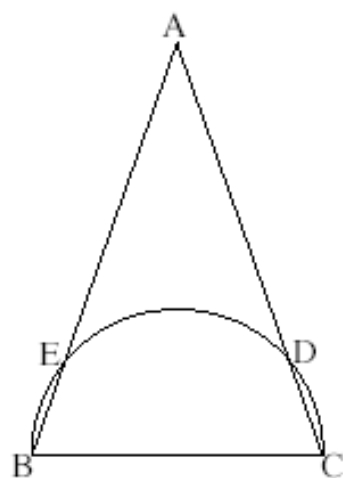
הוכח:

א. $\triangle AEC \cong \triangle BDC$.

ב. $\angle EAC = \angle HED$.

ג. אם $HE = HD$ אז $AE \perp BC$.

שאלה 6 : לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד חורף תשס"ז



נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

חצי מעגל, שהבסיס BC הוא הקוטר שלו,

חותך את שוקי המשולש גם בנקודות D ו- E

(ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = 2\alpha$, $ED = 2k$.

בטא באמצעות k ו- α את שטח הטרפז $EDCB$.

פרק ג: בחירה של שתיים מבין שלוש שאלות.

חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פולינומים, רציונאליות ושורש ריבועי כולל שימוש באי שוויונים ריבועיים, רציונאליים, ואי-רציונאליים פשוטים.

שאלה 7: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד חורף תשס"ח

$$a > 0, \quad f(x) = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x} \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(3) אסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

(4) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.

ב. על פי תשובותיך לסעיף א, סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר $y = \sqrt{3}$ ועל ידי הצירים

מסתובב סביב ציר ה- x .

הבע באמצעות a את הנפח של גוף הסיבוב שמתקבל.

שאלה 8: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד חורף תשס"ח

נתון כי המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא d ק"מ (d הוא קבוע).

רוכב אופניים יצא בשעה מסוימת מיישוב A ליישוב B,

ורכב במהירות קבועה של 10 קמ"ש.

באותה שעה יצא מיישוב B רוכב אופניים שני

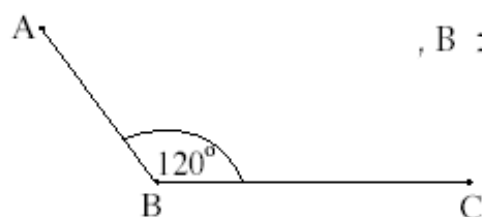
שרכב ליישוב C במהירות קבועה של 12 קמ"ש.

נתון כי הזווית ABC היא 120° (ראה ציור).

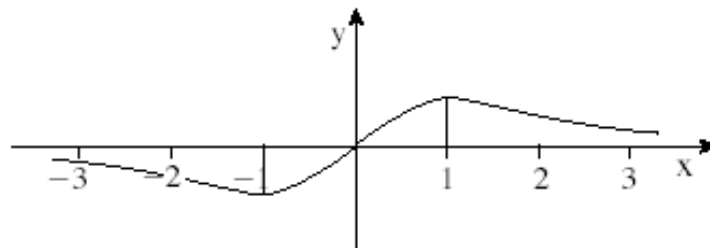
ידוע כי המרחק בין הרוכבים יהיה מינימלי כעבור 2.5 שעות לרכיבתם (לפני שהרוכב

מ- A יגיע ל- B).

מצא את המרחק שבין יישוב A ליישוב B.



בציור I מסורטטת סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.



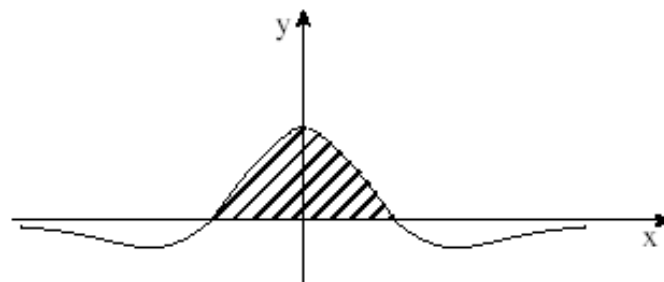
ציור I

א. על סמך ציור I בלבד, סרטט סקיצה של הגרף של $g(x)$, אם נתון $g(0) = 0$.

סמן בסקיצה את שיעורי ה- x של נקודות הפיתול של $g(x)$.

הסבר את השיקולים שעל פיהם סרטטת את הסקיצה.

ב. בציור II מסורטטת סקיצה של הגרף של $g''(x)$.



ציור II

חשב את השטח הכלוא בין הגרף של $g''(x)$ ובין ציר ה- x (השטח המקווקו בציור),

אם נתון כי $g'(x) = \frac{x}{1+x^2}$.