

דוגמא 2 לשאלון 35806

עד לשנה"ל תשע"א

משך הבחינה: שלוש וחצי שעות

דוגמא זו מבוססת על שאלות מתוך שאלוני בגרות שהיו בעבר. כדי להתאים את השאלות למשך הזמן של שאלון 35806, ייתכן שיושטט סעיף במקצת השאלות שבדוגמא זו.

פרק א: בחירה של שתיים מבין שלוש שאלות.

אלגברה ובעיות מילוליות, כולל אי שיוויונים ריבועיים ורציונאליים, הסתברות, סדרות ואינדוקציה

שאלה 1: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד קיץ תשס"ו

בכלי א' יש כמות מסוימת של תמיסת מלח בריכוז 20%.

בכלי ב' יש כמות תמיסת מלח הגדולה ב- 50 גרם מהכמות שבכלי א',

ורכוזה הוא 10%.

אילו היו מוסיפים 50 גרם מים לכלי א', ומאדים 93.75 גרם מים מהתמיסה שבכלי ב',

היה מתקבל ריכוז זהה של המלח בשני הכלים.

א. מצא את כמות התמיסה בכלי א'.

ב. מצא את הריכוז הזהה של המלח שהיה מתקבל בשני הכלים.

שאלה 2: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד קיץ תשס"ו

א. נתון כי השוויון שלפניך

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots + \frac{2n}{2^{2n}} = 2 - \frac{A \cdot n + 2}{B \cdot 2^{2n}}$$

נכון ל- $n=1$ ול- $n=2$.

חשב את ערכי הפרמטרים A ו- B.

ב. הוכח באינדוקציה, או בדרך אחרת, כי השוויון שבסעיף א נכון לכל n טבעי

עבור A ו- B שחישבת.

שאלה 3 : לקוחה מתוך שאלון 35005 מועד חורף תשס"ז

בכד A יש 9 כדורים לבנים ו- 3 כדורים שחורים.

בכד B יש 12 כדורים לבנים ו- 8 כדורים שחורים.

מבצעים את הניסוי שלפניך:

זורקים קוביית משחק הוגנת. אם מתקבלות על הקובייה הספרות 1 או 6, בוחרים בכד A, ואם מתקבלות ספרות אחרות, בוחרים בכד B. מהכד שנבחר מוציאים כדור.

א. אם ידוע כי הוצא כדור לבן, מהי ההסתברות שהכד שנבחר הוא כד A ?

ב. חוזרים על הניסוי 5 פעמים. (בכל פעם מחזירים לכד את הכדור שהוצא).

מהי ההסתברות לבחור לכל היותר 4 פעמים כדור לבן?

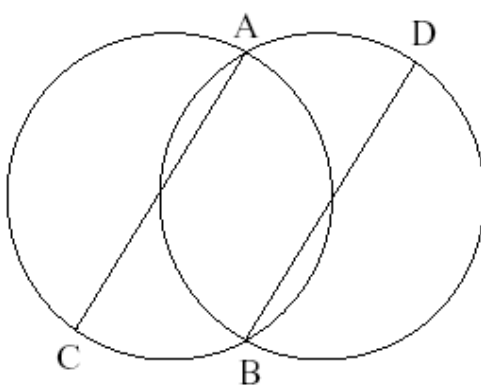
פרק ב: בחירה של שתיים מבין שלוש שאלות.

גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור.

שאלה 4 : לקוחה מתוך שאלון 35005 מועד חורף תשס"ז

לשאלה זו ניתן להוסיף סעיף כגון א' :

א. הוכח : זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה.



שני מעגלים בעלי אותו רדיוס נחתכים

בנקודות A ו- B.

AC הוא קוטר במעגל אחד,

ו- BD הוא קוטר במעגל האחר (ראה ציור).

הוכח כי המרובע ACBD הוא מקבילית.

שאלה 5 : מבוססת על שאלון 35005 מועד ב' תשס"ו

KB הוא מיתר במעגל, ו- KA משיק למעגל בנקודה K

$$\angle ABK = 120^\circ - \psi \quad \square$$

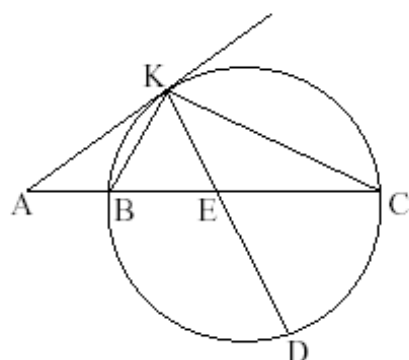
המשך הקטע AB חותך את המעגל בנקודה C.

מיתר KD חותך את המיתר BC בנקודה E

כך ש- $BE = BK$ (ראה ציור).

EC = ED הוכח כי N.

ב. הוכח כי $KE^2 = AB \cdot EC$.



שאלה 6 : לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד חורף תשס"ו

AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

המיתר CD חותך את הקוטר AB בנקודה E

(ראה ציור).

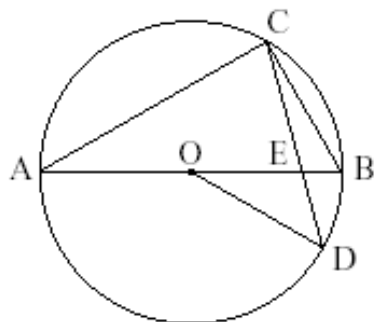
נתון: $\angle BAC = \angle BOD = \alpha$

א. הבע באמצעות R ו- α את שטח המשולש BCD.

ב. נתון גם כי $BC = \sqrt{3} R$

ושטח המשולש BCD הוא $8\sqrt{3}$.

חשב את R .



פרק ג: בחירה של שתיים מבין שלוש שאלות.

חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פולינומים, רציונאליות ושורש ריבועי כולל שימוש באי שוויונים ריבועיים, רציונאליים, ואי-רציונאליים פשוטים.

שאלה 7: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד קיץ תשס"ז

נתונה הפונקציה $f(x) = 8\sin^2 x - \cos 4x$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{4\pi}{5}$.

- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון.
- מצא את התחום שבו הפונקציה קעורה כלפי מעלה $\cup$, ואת התחום שבו הפונקציה קעורה כלפי מטה $\cap$ בתחום הנתון.
- מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 0$ בתחום הנתון. נמק.

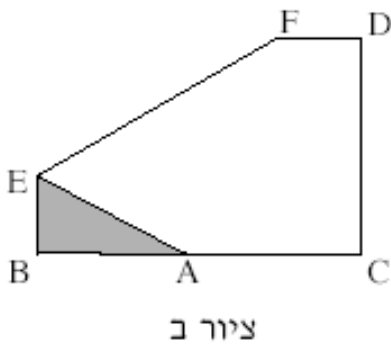
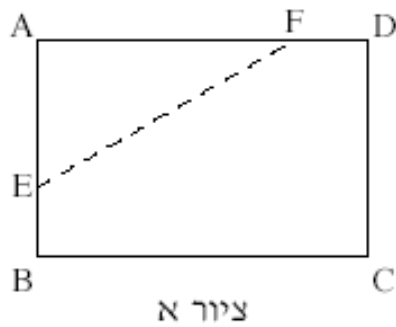
שאלה 8: לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד קיץ תשס"ז

נתונות שתי פונקציות: $a > 0$, $f(x) = ax^2$

$$b > 0, \quad g(x) = \frac{bx}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

- מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמק.
- הבע באמצעות b אסימפטוטות (אם יש כאלה) של הפונקציה $g(x)$ המקבילות לצירים.
- הגרפים של שתי הפונקציות נחתכים בשתי נקודות בלבד. סרטט, במערכת צירים אחת, סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- נתון כי אחת מנקודות החיתוך שבין הגרפים של שתי הפונקציות היא ב- $x = 1$, וכן נתון כי השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות הוא $\frac{5}{3} - \sqrt{2}$. חשב את ערכי הפרמטרים a ו- b .

שאלה 9 : לקוחה מתוך שאלון 35006 מועד חורף תשס"ז



נתון דף נייר בצורת מלבן $ABCD$.

אורך הצלע AB הוא 30 ס"מ

(ואורך הצלע AD הוא 40 ס"מ).

בוחרים נקודות E ו- F על

הצלעות AB ו- AD בהתאמה,

כך שכאשר מקפלים את המלבן לאורך

הקו המקווקו EF (ראה ציור א),

הנקודה A יהיה מונח על הצלע BC ,

כמתואר בציור ב.

מבין כל המשולשים ABE הנוצרים באופן זה,

(ראה ציור ב) מצא את השטח המקסימלי

של המשולש ABE .